Majoritatea problemelor ne-au fost puse la dispoziţie de profesori de fizică din judeţele respective, profesori cărora le mulţumim şi pe această cale. Celelalte probleme au fost culese din paginile revistei „Evrika" şi ale altor publicaţii.

Sperăm ca lucrarea de faţă să fie utilă elevilor şi profesorilor, atât în activităţile lor de zi cu zi, cât şi la pregătirea pentru concursuri.

Autorul

Chişinău, 30 mai 1998

CUPRINS

I. Fenomene mecanice

Enunțuri **11**
1. Mișcarea mecanică a corpurilor 11
2. Masa corpului. Densitatea substanței 15
3. Forța. Tipuri de forțe 16
4. Lucrul mecanic și energia mecanică 25
5. Echilibrul mecanic al solidului 44
6. Mecanica fluidelor 60

Soluțiile problemelor cu număr impar **63**
1. Mișcarea mecanică a corpurilor 63
2. Masa corpului. Densitatea substanței 67
3. Forța. Tipuri de forțe 68
4. Lucrul mecanic și energia mecanică 76
5. Echilibrul mecanic al solidului 93
6. Mecanica fluidelor 108

Răspunsurile problemelor cu număr par **111**
1. Mișcarea mecanică a corpurilor 111
2. Masa corpului. Densitatea substanței 112
3. Forța. Tipuri de forțe 112
4. Lucrul mecanic și energia mecanică 114
5. Echilibrul mecanic al solidului 118
6. Mecanica fluidelor 121

II. Fenomene termice

Enunțuri **122**
Soluțiile problemelor cu număr impar **125**
Răspunsurile problemelor cu număr par **127**

III. Fenomene electrice

Enunțuri **128**
1. Legea lui Coulomb 128
2. Intensitatea câmpului electric 134
3. Lucrul mecanic. Potențialul electric 138
4. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit 146
5. Legea lui Ohm pentru întregul circuit 149
6. Legea lui Joule 158
7. Energia și puterea electrică 162

Soluțiile problemelor cu număr impar **179**
1. Legea lui Coulomb 179
2. Intensitatea câmpului electric 188
3. Lucrul mecanic. Potențialul electric 195
4. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit 204
5. Legea lui Ohm pentru întregul circuit 209
6. Legea lui Joule 217
7. Energia și puterea electrică 221

Răspunsurile problemelor cu număr par **239**
1. Legea lui Coulomb 239
2. Intensitatea câmpului electric 240
3. Lucrul mecanic. Potențialul electric 241
4. Rezistența electrică. Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit 243
5. Legea lui Ohm pentru întregul circuit 244
6. Legea lui Joule 246
7. Energia și puterea electrică 247

I. FENOMENE MECANICE

ENUNȚURI

1. Mișcarea mecanică a corpurilor

E.1 (*Constanța, 1996*). Se consideră graficul din figura E.1.

a) Construiți graficul mișcării.

b) Calculați lungimea drumului parcurs și deplasarea mobilului față de reper pe durata celor $t = 8$ s.

c) Calculați viteza medie a mobilului pe toată durata.

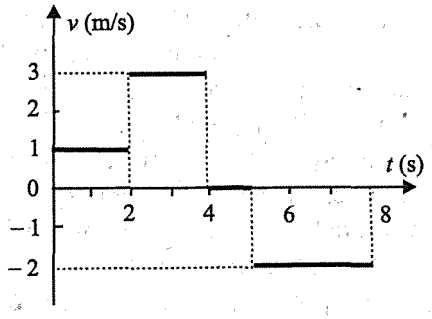


Fig. E.1

E.2 (*Arad, 1995*). În figura E.2 este reprezentat graficul vitezei unui mobil.

a) Care este deplasarea mobilului în prima etapă? Dar în a doua?

b) Care este viteza medie pe toată durata deplasării?

c) Să se reprezinte grafic deplasarea în funcție de timp.

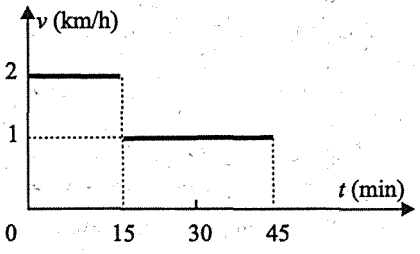


Fig. E.2

E.3 (*Galați, 1992*). Două automobile aflate paralel pe linia de plecare primesc semnalul și pleacă simultan cu vitezele $v_1 = 60$ km/h și $v_2 = 50$ km/h pe două traiectorii rectilinii paralele. După $t = 10$ s de la start ele efectuează câte o buclă semicirculară de raze $r_1 = 50$ m și $r_2 = 40$ m, în sens contrar unul spre celălalt și apoi își continuă mișcarea rectilinie și uniformă. La ce distanță față de start se află automobilele după $\tau = 30$ s de la pornire?

E.4 (*Vâlcea, 1996*). Într-o coloană, pe două rânduri foarte apropiate, sportivii (o coloană băieți și o coloană fete) merg rectiliniu și uniform cu viteza

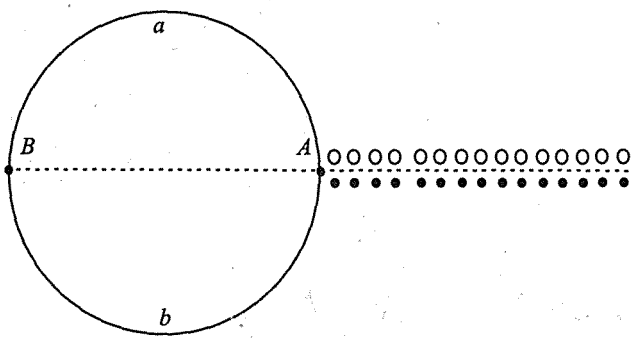


Fig. E.4

v şi, la momentul iniţial, într-un punct A (fig. E.4) coloana intră pe diametrul unui cerc. (Lungimea diametrului cercului este egală cu lungimea coloanei, d; distanţele dintre sportivi şi vitezele acestora sunt constante.)

Ajungând în punctul B, coloana se desparte: un rând (băieţii) merge pe semicercul a, celălalt rând (fetele) merge pe semicercul b.

a) După cât timp distanţa dintre primul băiat şi prima fată este maximă? Corespunzător acestui moment să se determine lungimea coloanei care nu s-a separat încă, precum şi deplasarea primului băiat.

b) După cât timp, considerat din momentul separării complete a coloanei, distanţa dintre primul băiat şi prima fată este egală cu distanţa dintre ultimul băiat şi ultima fată?

c) Revenind în punctul A, cele două rânduri încep refacerea coloanei. După cât timp, considerat faţă de momentul iniţial, coloana este complet refăcută? Ce distanţă au parcurs, în tot acest timp, primul băiat din coloană şi ultima fată din coloană?

Se ştie că lungimea unui cerc cu diametrul d este $L = \pi d$.

E.5 (*Gorj, 1994*). Din două puncte fixe situate la distanţa $d = 1\,500$ m unul de altul pornesc simultan doi copii, pe o direcţie rectilinie, unul cu viteza constantă $v_1 = 0{,}2$ m/s, iar celălalt cu viteza $v_2 = 0{,}4$ m/s. Care sunt distanţele dintre cei doi copii după $t = 15$ min de la pornire în cele patru cazuri posibile?

E.6 (*Gorj, 1994*). O pisică aleargă după un şoarece cu viteza $v_1 = 3$ m/s, iar şoarecele aleargă cu viteza $v_2 = 2$ m/s. Pisica prinde şoarecele după ce acesta parcurge distanţa $d_2 = 6$ m. Determinaţi:

a) timpul după care pisica prinde şoarecele;

b) distanţa pe care o străbate pisica în acest timp.

E.7 (*Chişinău, 1997*). Din două oraşe, A şi B, situate la distanţa $d = 180$ km unul de altul, pleacă două automobile, unul în întâmpinarea celuilalt, cu vitezele $v_1 = 40$ km/h şi $v_2 = 50$ km/h. În momentul când acestea se întâlnesc, din oraşul A pleacă spre oraşul B un al treilea automobil, cu viteza $v_3 = 90$ km/h. Să se afle:

a) la ce intervale de timp de la pornirea sa cel de-al treilea automobil le întâlneşte pe primele două;

b) valoarea vitezei la care automobilul al treilea ajunge în B simultan cu primul automobil;

c) cunoscând valoarea vitezei de la punctul b), să se determine cu ce întârziere față de momentul plecării primelor două automobile trebuie să plece cel de-al treilea automobil pentru ca cele trei automobile să se întâlnească în unul și același loc.

E.8 (*Chișinău, 1997*). Două mobile, având vitezele $v_0 = 30$ km/h, au pornit din localitatea A spre B la intervalul de timp $\Delta t = 10$ min. Cu ce viteză se mișcă în întâmpinarea lor un al treilea mobil, dacă el le-a întâlnit la un interval $\Delta t' = 4$ min unul după altul?

E.9 (*Galați, 1996*). Pe o pistă circulară cu raza $R = 120$ m s-a amenajat un teren pentru o cursă ciclistă, astfel încât o doime din lungimea pistei este cu zgură, iar restul cu asfalt. Doi cicliști pornesc simultan într-o cursă, din locul de întâlnire a celor două porțiuni (zgură-asfalt), unul cu viteza $v_1 = 4$ m/s, iar celălalt cu viteza $v_2 = 10$ m/s, în sensuri opuse. Știind că, în condițiile în care pista ar prezenta pe toată lungimea sa aceleași caracteristici, ambii cicliști s-ar deplasa cu aceeași viteză, să se determine timpul de întâlnire a cicliștilor.

E.10 (*București, 1995*). Un om cu înălțimea h, aflat inițial sub un stâlp de iluminat cu înălțimea H, începe să se deplaseze pe timp de noapte, rectiliniu, cu viteză constantă v. Ce lungime l are umbra după timpul t de la începerea mișcării?

E.11 (*Chișinău, 1995*). Un corp a parcurs prima jumătate de drum cu viteza $v_1 = 3$ m/s, iar a doua cu viteza $v_2 = 5$ m/s. Altă dată corpul a parcurs același drum deplasându-se prima jumătate din timpul total cu viteza v_1, iar a doua jumătate de timp cu viteza v_2. Când a parcurs corpul distanța considerată mai repede?

E.12 (*Gorj, 1995*). Un mobil parcurge uniform distanța $L = 100$ m astfel: primul sfert de drum cu viteza $v_1 = 36$ km/h, al doilea sfert de drum cu viteza $v_2 = 72$ km/h, iar restul distanței cu viteza $v_3 = 25$ m/s. Determinați timpul total al mișcării.

E.13 (*Chișinău, 1994*). Un tren a parcurs prima jumătate de drum cu o viteză de $n = 1{,}5$ ori mai mare decât jumătatea a doua. Viteza medie a trenului pe tot acest drum a fost $v_m = 43{,}2$ km/h. Cât au fost vitezele lui pe cele două jumătăți de drum?

E.14 (*Chișinău, 1993*). Un automobil a parcurs primii $s_1 = 4\,000$ m cu viteza $v_1 = 20$ km/h, iar următorii $s_2 = 21{,}6$ km cu viteza $v_2 = 20$ m/s. Determinați viteza medie a automobilului pe întreaga porțiune de drum.

E.15 (*Vaslui, 1995*). Conducătorul unei bărci cu motor, deplasându-se

împotriva cursului unui râu, constată că a pierdut un colac de salvare; întorcându-se imediat, recuperează colacul după t_1 minute, apoi întoarce imediat barca. După cât tmp t_2 ajunge în locul unde a constatat pierderea (față de mal), dacă raportul dintre viteza apei v_a și viteza bărcii v_{ba} față de apă (tot timpul constantă) este $k < 1$. Caz particular: $t_1 = 5$ min, $k = 1/6$.

E.16. (*Chișinău, 1996*). Localitățile A și B sunt situate pe malul unui râu la distanța $s_1 = 15$ km una de alta. Simultan, din A spre B pornesc o plută și o luntre cu motor. Luntrea ajunge în B după $t_1 = 3/4$ h; imediat se întoarce spre A și întâlnește pluta la distanța $s_2 = 9$ km de localitatea B. Să se determine viteza curgerii apei (v_a) și viteza luntrei față de apă (v_{la}).

E.17 (*Iași, 1994*). Un călător aflat într-un tren ce se deplasează rectiliniu cu viteza constantă v_1 din localitatea A în localitatea B observă mereu, în dreapta sa, perpendicular pe direcția mișcării trenului, un elicopter (la joasă înălțime) care se îndepărtează de tren, având viteza v' față de călător.

a) Să se calculeze viteza elicopterului față de A dacă se cunosc viteza trenului v_1 și viteza v'.

b) Să se calculeze distanța minimă dintre elicopter și localitatea B. Se cunoaște distanța $AB = l$.

Elicopterul și trenul pleacă simultan din A.

E.18 (*Mehedinți, 1997*). Un elev se deplasează dus-întors cu bicicleta între două localități A și B în două mișcări uniforme. Viteza lui când nu bate vântul este $v_1 = 18$ km/h. Mișcarea este influențată de vânt care suflă cu viteza $v_2 = 7{,}2$ km/h de la A spre B; distanța AB este $s = 2{,}1$ km. Să se afle:

a) valorile celor două viteze, exprimate în m/s;

b) timpul la dus;

c) timpul necesar la întors;

d) care ar fi timpul necesar dus-întors dacă nu ar bate vântul.

e) care ar fi timpul necesar atunci când vântul ar bate;

f) diferența de timp între cele două deplasări (când suflă sau nu vântul).

E.19 (*Buzău, 1997*). Un tren se mișcă cu viteza $v = 36$ km/h spre est. Un călător de pe platforma unui vagon simte vântul suflând dinspre nord. Când viteza trenului se dublează, călătorul simte vântul suflând dinspre nord-est. Care sunt viteza și direcția reală ale vântului față de pământ?

E.20 (*Galați, 1995*). Un barcagiu vâslește perpendicular către țărm cu o viteză $v_0 = 7{,}2$ km/h față de apă. Cursul apei deplasează barca cu o distanță $d = 150$ m în josul râului. Lățimea râului este $l = 500$ m. Care sunt viteza râului și durata traversării lui?

2. Masa corpului. Densitatea substanței

E.21 (*Chișinău, 1994*). Masa unui pahar umplut cu apă este $m_1 = 260$ g. După ce în pahar a fost introdusă o pietricică de masă $m_0 = 28{,}8$ g și o parte de apă s-a vărsat din pahar, masa acestuia împreună cu apa și pietricica din el a devenit $m_2 = 276{,}8$ g. Să se determine densitatea substanței din care este constituită pietricica. Densitatea apei este $\rho = 1\,000$ kg/m^3.

E.22 (*Chișinău, 1995*). Un pahar cu volumul $V = 100$ ml a fost umplut cu bile mici din fier cu volumul $V_0 = 5$ mm^3 fiecare, apoi în pahar au încăput încă $V_1 = 20$ ml de apă. Să se determine cât a devenit masa paharului și câte bile de fier se află în el. Densitatea fierului este $\rho_0 = 7{,}8$ g/cm^3, a apei $\rho_1 = 1$ g/cm^3.

E.23 (*Gorj, 1995*). Prin spargerea unui corp omogen cu volumul $V = 2$ dm^3 și masa $m = 4$ kg au rezultat patru bucăți: două dintre ele au masele $m_1 = 1{,}2$ kg și $m_2 = 0{,}4$ kg, iar celelalte două au volumele $V_3 = 0{,}8$ dm^3 și $V_4 = 0{,}4$ dm^3. Să se determine volumele primelor două bucăți și masele celorlalte două bucăți.

E.24 (*Chișinău, 1993*). Volumul total $V = 6{,}3$ l al unei cratițe este umplut cu $m_1 = 4{,}4$ kg cartofi și $m_2 = 2{,}3$ kg de apă. Determinați densitatea cartofilor, dacă densitatea apei este $\rho_2 = 1000$ kg/m^3.

E.25 (*Chișinău, 1992*). Masa unei piese de alamă (aliaj zinc-cupru) este $m = 15{,}3$ kg. Determinați densitatea alamei dacă la confecționarea piesei s-au folosit $m_1 = 12{,}46$ kg de cupru; densitatea cuprului este $\rho_1 = 8{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3 iar a zincului $\rho_2 = 7{,}1 \cdot 10^3$ kg/m^3. Se va considera că volumul aliajului este egal cu suma volumelor părților lui componente.

E.26 (*Chișinău, 1994*). Densitatea unui corp de masă $m = 0{,}4$ kg, confecționat dintr-un aliaj de aur și argint, este $\rho = 14 \cdot 10^3$ kg/m^3. Considerând că volumul aliajului este egal cu suma volumelor metalelor componente, determinați masa aurului din corp. Densitatea aurului este $\rho_1 = 19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m^3 iar a argintului $\rho_2 = 10{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

E.27 (*Chișinău, 1995*). Au fost obținute două aliaje de aur și argint, într-un caz luându-se volume egale de aur și argint, în celălalt caz luându-se mase egale de aceleași metale. De câte ori diferă densitățile aliajelor? Densitatea aurului: $\rho_1 = 19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m^3, a argintului: $\rho_2 = 10{,}5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

E.28 (*Chișinău, 1997*). Raportul densităților a două substanțe este $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 5$, iar raportul maselor corpurilor confecționate din ele $\frac{m_1}{m_2} = 1{,}5$. Să se determine:

a) raportul volumelor acestor corpuri;

b) valorile densităților ρ_1 și ρ_2 dacă se știe că suma lor este de $n = 3$ ori mai mare decât densitatea apei $\rho_0 = 1\,000$ kg/m^3.

3. Forța. Tipuri de forțe

E.29 (*Constanța, 1996*). Într-un vas se toarnă $m = 1$ kg de apă de densitate $\rho_o = 10^3$ kg/m^3. Introducând în vas trei bile identice ca formă, volumul devine $V = 1\,300$ cm^3. Bilele sunt confecționate din materiale de densități diferite: $\rho_1 = 7{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3, $\rho_2 = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3, $\rho_3 = 19{,}3 \cdot 10^3$ kg/m$_3$. Calculați:

a) volumul inițial al apei;

b) volumul fiecărei bile;

c) masa fiecărei bile;

d) care va fi alungirea unui resort de constantă elastică $k = 10$ N/cm, dacă de el se suspendă prima bilă ($g = 10$ N/kg)?

e) Dacă se prind de resort toate cele trei bile, care va fi noua alungire a resortului?

E.30 (*Constanța, 1996*). Prin încălzire, o piesă de oțel își modifică densitatea cu $\Delta\rho = 0{,}71$ g/cm^3, iar creșterea relativă a volumului este $\Delta V/V_o = 10\%$. Să se calculeze:

a) densitatea piesei înainte și după încălzire;

b) volumul piesei de oțel măsurat înainte de încălzire fiind $V_o = 40$ cm^3, ce va indica un dinamometru de cârligul căruia se agață piesa ($g = 10$ N/kg)?

c) cum se modifică indicația dinamometrului dacă este atârnat corpul după încălzire?

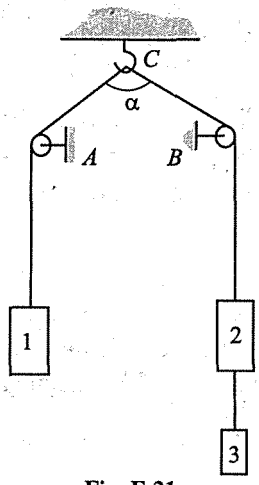


Fig. E.31

E.31 (*Prahova, 1993*). Se dă sistemul din figura E.31.

a) Ce relație trebuie să existe între masele celor trei corpuri pentru ca sistemul să fie în echilibru?

b) Ce indică un dinamometru situat între corpurile 2 și 3?

c) Ce forță se exercită asupra cârligului C?

Se cunosc: $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 3$ kg, $\alpha = 90°$, $g = 10$ N/kg; frecările în cârlig se neglijează.

E. 32 (*Mehedinți, 1997*). Un corp, cu masa $m_1 = 500$ g, este suspendat de un resort elastic, care se alungește cu $\Delta l_1 = 5$ cm. Dacă înlocuim corpul de masă m_1 cu unul de masă $m_2 = 4\ m_1$, resortul va avea altă alungire, Δl_2.

a) Aflați cât este alungirea Δl_2.

b) Înlocuind corpul de masă m_2 printr-un corp de masă $m_3 = m_1 + m_2$, aflați ce relație există între alungirile Δl_1, Δl_2, Δl_3.

c) Reprezentați grafic greutățile corpurilor în funcție de alungirile acestui resort. Se va lua $g = 10$ N/kg.

E.33 (*Cluj, 1994*). De un inel mic sunt prinse trei resorturi coplanare asupra cărora acționează trei forțe. Cunoscând valorile constantelor elastice

ale resorturilor $k_1 = 200$ N/m, $k_2 = 300$ N/m, $k_3 = 100$ N/m şi alungirile lor $\Delta l_1 = 3$ cm, $\Delta l_2 = 2$ cm, $\Delta l_3 = 6$ cm precum şi faptul că unghiurile dintre direcțiile forțelor vecine sunt de câte 120°:

a) să se determine modulele forțelor ce acționează asupra celor trei resorturi;

b) să se reprezinte grafic forțele (1 cm = 2 N);

c) să se determine rezultanta forțelor;

d) ce se poate spune despre starea de mişcare a inelului?

E.34 (*Cluj, 1992*). Se dau trei forțe: $F_1 = 5$ N şi $F_2 = 2$ N sunt coliniare şi de sens contrar, iar forța $F_3 = 4$ N este perpendiculară pe direcția comună a primelor două.

a) Să se determine rezultanta acestui sistem de trei forțe.

b) Ce valoare trebuie să aibă şi cum trebuie să fie orientată forța $\vec{F}_4$ astfel încât $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$?

E.35 (*Arad, 1995*). O bilă de masă m este suspendată de acelaşi resort o dată ca în figura E. 35, a), apoi ca în figura E.35, b). Ştiind că în cazul al doilea bila apasă peretele cu o forță egală cu 1/3 din valoarea forței de greutate a ei, să se determine forțele elastice în ambele cazuri şi să se stabilească în care caz alungirea resortului este mai mare şi de câte ori.

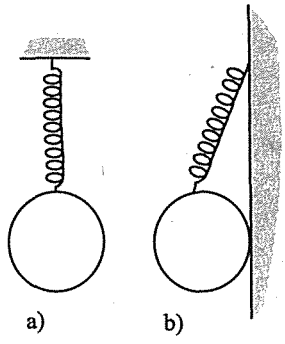


Fig. E. 35

E.36 (*Cluj, 1991*). Se consideră un resort elastic. Când de acest resort se suspendă o bilă, resortul se alungeşte cu $\Delta l_1 = 1$ cm. Dacă de acelaşi resort, având suspendată şi bila, se trage cu două forțe egale $F_1 = F_2 = F = 2\sqrt{2}$ N situate în plan vertical şi ale căror direcții fac cu direcția verticală unghiuri $\alpha = 45°$, alungirea resortului devine $\Delta l_2 = 1{,}5$ cm. Să se determine:

a) masa bilei;

b) constanta elastică a resortului ($g = 10$ N/kg).

E.37 (*Ialomița, 1995*). Trei resorturi foarte uşoare sunt montate în plan vertical, aşa cum indică figura E.37, unde $O_1O_2 = 2$ cm. Resorturile R_1, R_2 au lungimile $l_0 = 10$ cm în stare nedeformată şi se alungesc cu câte $\Delta l_0 = 1$ cm atunci când sunt acționate de câte o forță $F_0 = 1$ N iar resortul R_3 are lungimea $l_0' = 15$ cm în stare nedeformată şi se alungeşte cu $\Delta l_0' = 3$ cm sub acțiunea unei forțe $F_0' = 1$ N. Se trage din A pe verticală

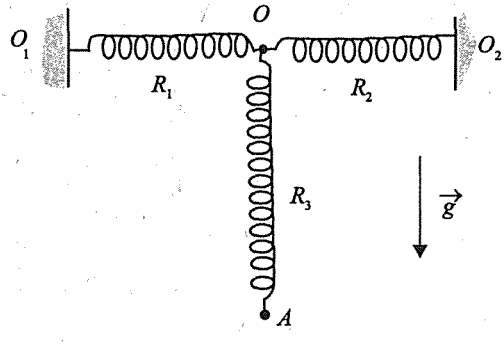


Fig. E. 37

în jos cu o forță F, astfel încât unghiul dintre R_1 și R_2 devine $\alpha = 90°$. Să se determine:

a) alungirile resorturilor;

b) valorile forțelor elastice din resorturi, la echilibru;

c) deplasările pe verticală ale punctelor O și A.

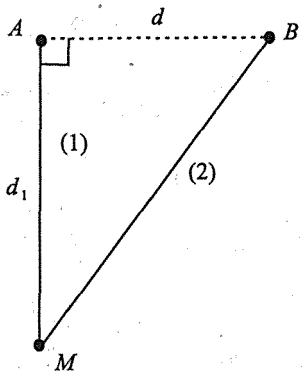


Fig. E. 38

E.38 (*București, 1992*). Un fir elastic cu lungimea $l = 10$ cm se fixează la capete cu două cuie A și B plasate pe o planșetă la distanța $d = 6$ cm unul de altul. La mijlocul firului se fixează un cui care este plasat într-un punct M astfel încât $\sphericalangle MAB = 90°$, iar $AM = d_1 = 8$ cm (fig. E.38). Să se stabilească raportul forțelor elastice F_{e1}/F_{e2} ce iau naștere în cele două jumătăți ale firului.

E.39 (*Vaslui, 1995*). Dintr-un resort suficient de lung se taie 6 resorturi în grupe de câte 3, identice, care se unesc ca în figura E.39 pe o suprafață orizontală netedă, la început netensionate (triunghiul ABC este echilateral). Resorturile din interior (OA, OB și OC) au constanta elastică k_0. Să se determine alungirea resorturilor din interior dacă în vârfurile triunghiului se aplică simultan forțele de modul F, concurente în punctul O.

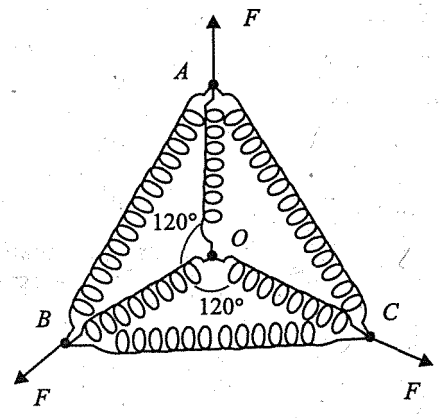


Fig. E.39

E.40 (*Ialomița, 1995*). Pe fiecare dintre tijele rigide ale unui cadru pătrat, așezat în plan orizontal, poate aluneca fără frecare câte o bilă sferică cu masa m, bile ce sunt prinse de capetele a două resorturi identice, nedeformate, fiecare cu lungimea l_0 și constanta de elasticitate k. Celălalt capăt al fiecărui resort este fixat în vârful pătratului (fig. E.40). Să se determine lungimile laturilor patrulaterului care are ca vârfuri cele patru bile, considerate puncte materiale, atunci când cadrul se află:

a) în plan vertical, cu două laturi orizontale și celelalte două laturi verticale;

b) în plan vertical, cu o diagonală orizontală și o diagonală verticală.

c) Ce forță trebuie să acționeze asupra fiecărei bile, de-a lungul tijei sale, în variantele anterioare, pentru a menține bila la jumătatea lungimii cadrului?

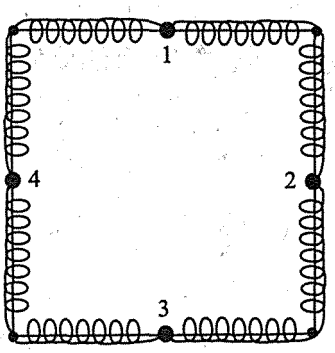
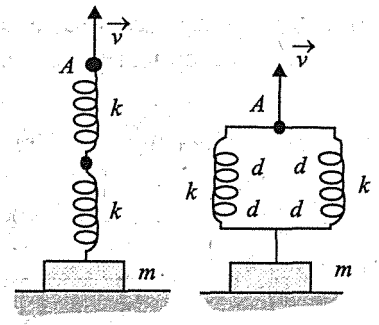


Fig. E. 40

E.41 (*Gorj, 1995*). Se dau sistemele din figura E.41. Ridicând capătul A, pe verticală, cu viteză constantă $v = 0{,}5$ cm/s, după cât timp corpul de masă $m = 4$ kg se va desprinde de suprafața de sprijin, în fiecare caz în parte? Se cunoaşte constanta elastică a fiecărui resort $k = 400$ N/m şi accelerația gravitațională $g = 10$ N/kg.



a) b)

Fig. E. 41

E.42 (*Iaşi, 1992*). Pentru sistemul din figura E. 42 se cunosc: $m_1 = 0{,}1$ kg, $m_2 = 0{,}2$ kg şi $m_3 = 0{,}3$ kg.

a) Ce valoare are raportul $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}$, în echilibru, ştiind că resorturile sunt identice?

b) Cu ce forță trebuie apăsat corpul m_1 pentru ca acest raport să fie 1/2?

c) Ce valoare are reacțiunea masei suport, în cazul b)?

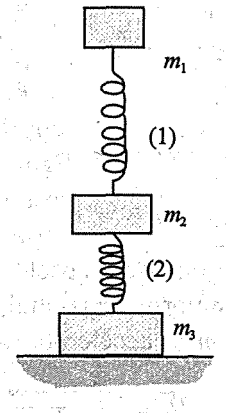


Fig. E. 42

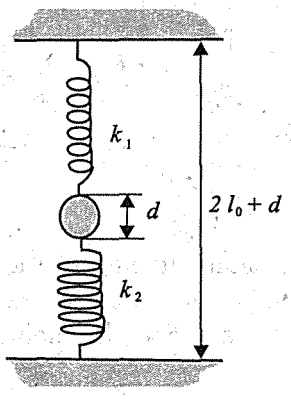


Fig. E. 43

E.43 (*Bucureşti, 1994*). Cele două resorturi din figura E.43 au lungimea nedeformată l_0 fiecare constantele elastice k_1 şi k_2, greutatea neglijabilă, iar bila dintre ele, cu diametrul d, are masa m. Care este deformarea fiecărui resort când sistemul se află în echilibru mecanic?

E.44 (*Bucureşti, 1997*). O bilă cu masa $m = 500$ g este suspendată prin intermediul a două resorturi cu constantele elastice $k_1 = 100$ N/m şi $k_2 = 150$ N/m ca în figura E.44. Bila este în echilibru când al doilea resort este comprimat cu $\Delta l_2 = 3$ cm.

a) Reprezentați forțele care acționează asupra bilei şi scrieți condiția de echilibru a acesteia sub formă vectorială.

b) Calculați alungirea primului resort.

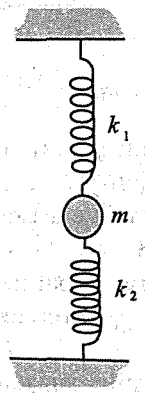
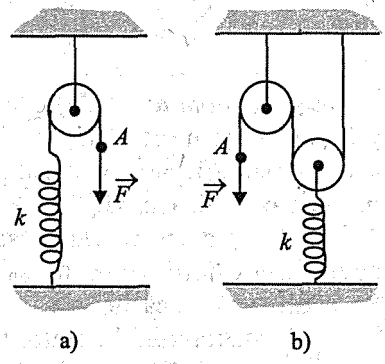


Fig. E. 44

E.45 (*Iaşi, 1993*). Pentru schemele (a) şi (b) din figura E.45 se cunosc $k = 100$ N/m şi $F = 10$ N. Resortul şi scripeții



a) b)

Fig. E. 45

fiind consideraţi ideali, să se determine în ambele cazuri cu cât coboară punctul A – punct de aplicare a forţei.

E.46 (*Brăila, 1993*). În sistemul din figura E.46 cele două resorturi identice au constanta elastică $k = 100$ N/m. În punctul A acţionează o forţă $F = 10$ N. Cu cât coboară punctul de aplicare a forţei? (Masa scripetului se neglijează.)

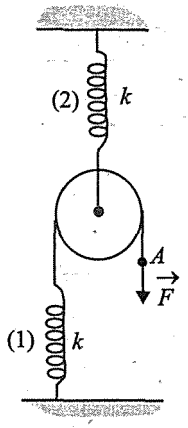


Fig. E. 46

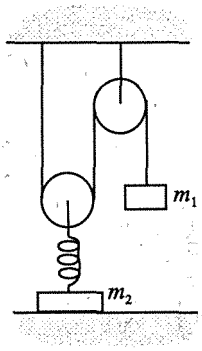


Fig. E. 47

E.47 (*Sibiu, 1994*). Să se determine alungirea resortului şi reacţiunea planului de sprijin pentru corpul m_2 din figura E.47, sistemul fiind în echilibru. Se cunosc: $m_1 = 40$ g, $m_2 = 100$ g, $k = 200$ N/m, $g = 10$ N/kg.

E.48 (*Vâlcea, 1992*) Pentru situaţiile reprezentate în desenele a, b, c şi d din figura E.48, să se precizeze forţa cu care corpul de masă m_1 acţionează asupra suportului orizontal, menţionând ce condiţii trebuie să îndeplinească masele m_2, m_3 şi m_4 astfel încât corpul cu masa m_1 să apese pe suportul orizontal. Se neglijează frecările; se cunosc masa scripetului mobil m şi acceleraţia gravitaţională g.

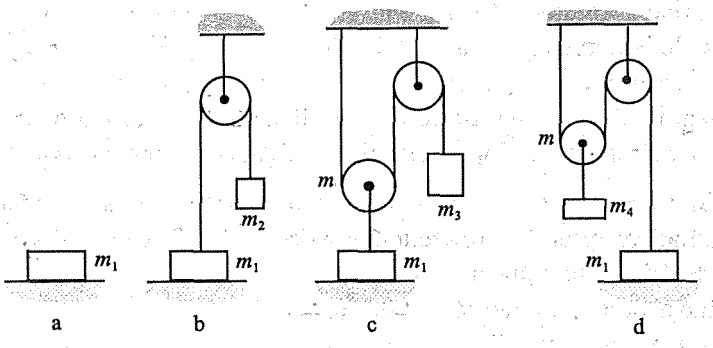


Fig. E. 48

E.49 (*Ialomiţa, 1995*). Pe un suport plan, orizontal, cu pernă de aer, se află un sistem de scripeţi identici şi resorturi elastice, foarte uşoare, nedeformate, fiecare cu constanta de elasticitate k, totul montat aşa cum indică, în vedere de deasupra, figura E.49.

a) Să se determine deplasarea capătului liber A al ultimului resort, dacă acţionează o forţă constantă $\vec{F}$ pe direcţie orizontală, de-a lungul resortului. Se neglijează frecările.

b) Distanţa iniţială dintre liniile centrelor scripeţilor (xx' şi yy') este d_0. Să se determine deplasarea fiecăreia dintre aceste linii, precum şi distanţa finală dintre ele.

c) Cunoscând masa fiecărui scripete (m) și știind că perna de aer dispare, astfel încât forța de frecare dintre fiecare scripete și suport este direct proporțională cu greutatea scripetelui, constanta de proporționalitate fiind μ, să se determine deplasarea aceluiași capăt liber A, sub acțiunea aceleiași forțe $\vec{F}$. Se cunoaște accelerația gravitațională g.

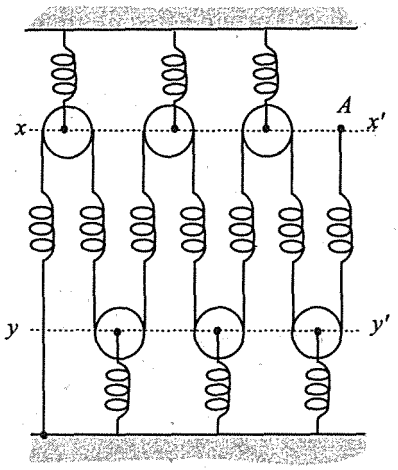


Fig. E. 49.

E.50 (*Neamț, 1993*). La o sondă petrolieră, cu ajutorul unei macarale (fig. E.50) cu patru role, se ridică o greutate $G_0 = 1{,}44 \cdot 10^6$ N. Care este sarcina G pe geamblac dacă „capătul mort" al cablului este legat:

a) la piciorul turlei;

b) la macara;

c) la geamblac?

Se consideră forțele verticale. Se vor neglija frecările, rigiditatea cablului și greutatea troliului.

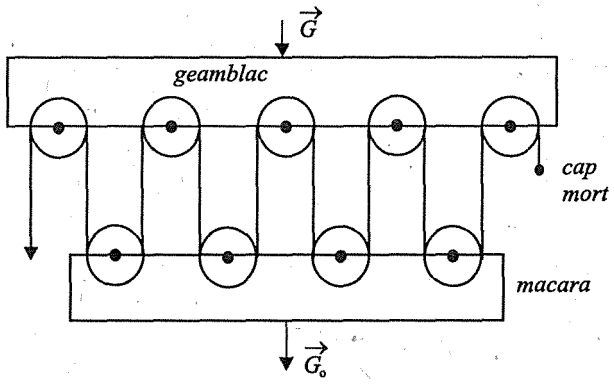


Fig. E. 50

E.51 (*Constanța, 1995*). Asupra unui corp de masă $m = 10\sqrt{2}$ kg pot acționa trei forțe, ca în figura E.51, unde $\alpha = 45°$. Mișcarea corpului are loc cu frecare, forța de frecare având expresia $F_f = \mu N$, unde $\mu = 0{,}5$ și se numește coeficient de frecare. Să se afle cele trei forțe, dacă se îndeplinesc condițiile:

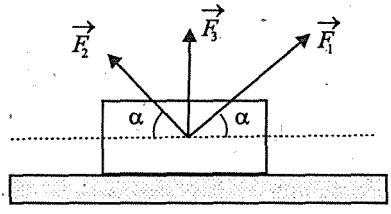


Fig. E. 51

a) acționând numai $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, corpul se mișcă uniform spre dreapta;

b) acționând numai $\vec{F}_2$ și $\vec{F}_3$, corpul se mișcă uniform spre stânga;

c) sub acțiunea simultană a celor trei forțe, corpul începe să se ridice uniform pe verticală, în direcție orizontală mișcându-se neuniform.

Se consideră $g = 10$ N/kg.

E.52 (*Constanța, 1993*). O scândură cu greutatea $G = 50$ N este lipită de un perete vertical, prin apăsare cu o forță care face cu orizontala un unghi

$\alpha = 45°$. Forța de frecare dintre scândură și perete constituie $f = 30\%$ din forța de apăsare a scândurii asupra peretelui.

a) Știind că forța poate acționa asupra scândurii în două moduri și că tendința scândurii este de a coborî, calculați valoarea forței astfel încât scândura să nu cadă și arătați care mod este posibil.

b) Calculați valoarea forței astfel încât scândura să urce uniform pe perete.

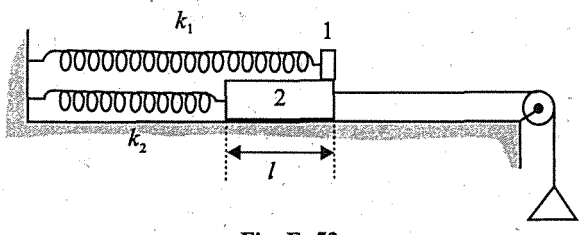


Fig. E. 53

E. 53 (*Iași, 1994*). Fie sistemul din figura E.53, în care $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, forțele de frecare dintre corpuri și suporturi sunt $f = 50\%$ din forța de apăsare normală, iar corpul 2 are lungimea $l = 0{,}1$ m. Lungimea corpului 1 este neglijabilă. Dacă resorturile au constantele elastice $k_1 = 200$ N/m, $k_2 = 100$ N/m și în pozițiile inițiale ale corpurilor nu sunt deformate, iar $g = 10$ N/kg, să se calculeze:

a) masa totală ce se așază pe taler până când corpul 1 parcurge întreaga lungime a corpului 2;

b) forțele elastice care apar în resorturi în condițiile punctului a).

E.54 (*Sibiu, 1996*). Să se determine în fiecare din cele trei cazuri prezentate în figura E.54 valoarea forței de tracțiune necesară pentru a pune în mișcare corpul B, știind că forța de frecare la nivelul suprafeței dintre A și B, precum și cea dintre B și platforma orizontală, este $f = 10\%$ din greutatea exercitată pe suprafața de sprijin. Se dau: $m_A = 0{,}4$ kg, $m_B = 1{,}6$ kg și $g = 10$ N/kg; scripetele este ideal.

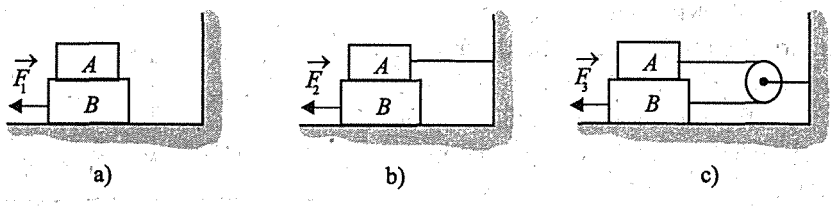


Fig. E. 54

E.55 (*Suceava, 1994*). Un corp de masă $m = 0{,}5$ kg este așezat pe o scândură orizontală și în același timp suspendat printr-un resort vertical nedeformat de lungime $l_0 = 0{,}1$ m și constantă elastică $k = 10$ N/m. Scândura este trasă orizontal uniform, iar resortul deviază cu un unghi $\alpha = 60°$ față de verticală. Determinați:

a) forțele care acționează în sistem;

b) lungimea resortului deformat;

c) alungirea resortului;

d) forța de reacțiune normală a scândurii;
e) forța de frecare dintre corp și scândură.
Se ia $g = 10$ N/kg.

E.56 (*Constanța, 1992*). Se dă sistemul mecanic reprezentat în figura E.56, în care $m_1 = 6$ kg, $k_1 = 200$ N/m, $k_2 = 250$ N/m; masa scripetelui mobil se neglijează. În starea inițială din figură resorturile nu sunt deformate. Știind că forța de frecare dintre corpul de masă m_1 și suprafața orizontală constituie $f = 20\%$ din forța de greutate a sa, să se determine alungirile resorturilor dacă de cârligul scripetelui mobil este suspendat un corp de masă: a) $m = 2$ kg; b) $m' = 4$ kg.

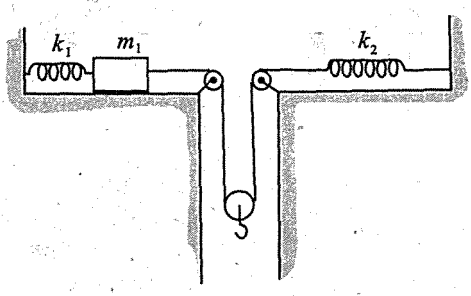


Fig. E. 56

E.57 (*Galați, 1992*). Pentru a menține în repaus un corp pe plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30°$ trebuie aplicată o forță minimă în sus de-a lungul planului $F_1 = 3{,}5$ N, iar pentru a-l trage uniform în sus de-a lungul planului trebuie aplicată o forță în același sens, de valoare $F_2 = 6{,}5$ N. Să se calculeze valoarea forței de frecare care apare între corp și planul înclinat, precum și masa corpului.

E.58 (*Galați, 1995*). Cu ce forță orizontală minimă trebuie apăsat un corp de greutate $G = 10$ N, așezat pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 60°$ (fig. E.58), pentru ca acest corp să nu alunece, știind că forța de frecare este $F_f = 0{,}1\ G$?

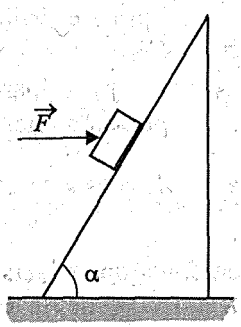


Fig. E. 58

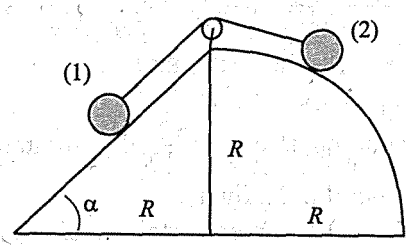


Fig. E. 59

E.59 (*București, 1993*). Se dă sistemul mecanic reprezentat în figura E.59.

a) Precizați poziția corpului (2) pe suprafața sferică de rază R din figură, astfel încât corpurile identice să fie în echilibru mecanic.

a) Ce tip de echilibru mecanic corespunde poziției de la punctul a)? Justificați răspunsul.

Se vor neglija frecările și masa firului.

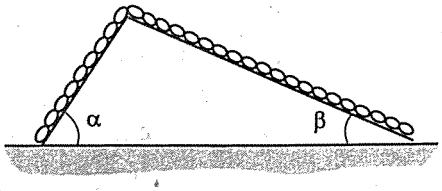


Fig. E.60

E.60 (*Mehedinți, 1996*). Se consideră un lanț confecționat din zale identice trecut peste un dublu plan înclinat figura E.60. Neglijându-se frecarea dintre lanț și planul înclinat să se precizeze în ce sens se va mișca lanțul.

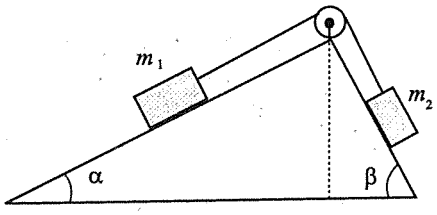


Fig. E.61

E.61 (*Constanța, 1992*). Se dă sistemul din figura E.61, în care unghiurile a = 30°, β = 60°, iar corpul de masă m_1 = 3 kg lunecă uniform în jos. Forțele de frecare dintre corpuri și planurile înclinate constituie f = 20% din forțele de apăsare ale corpurilor pe planurile înclinate respective.

a) Să se reprezinte forțele ce acționează asupra corpurilor.

b) Să se determine masa m_2.

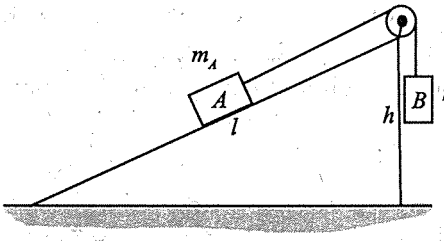


Fig. E.62

E.62 (*Sibiu, 1995*). În figura E.62 masa m_A = 0,6 kg, înălțimea planului înclinat h = 1 m și lungimea lui l = 2 m. Să se determine:

a) masa corpului B pentru ca în lipsa frecărilor sistemul să fie în echilibru;

b) valoarea lui m'_B pentru ca în prezența unei forțe de frecare între A și plan egală cu $f = \frac{\sqrt{3}}{10}$ din greutatea lui A, acesta să coboare uniform spre baza planului înclinat;

c) valoarea forței orizontale, care, acționând asupra lui A în absența lui B, să determine deplasarea uniformă a lui A de la bază spre vârful planului înclinat cu frecarea de la punctul b).

Se va lua g = 10 N/kg.

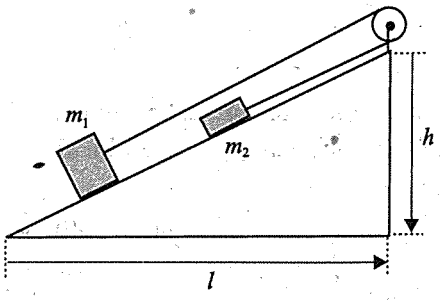


Fig. E.63

E.63 (*Vaslui, 1995*). Se consideră sistemul din figura E.63. Să se calculeze raportul $\frac{m_1}{m_2}$ dintre masele celor două corpuri, astfel încât corpul m_1 să coboare uniform. Scripetele se consideră ideal. Forța de frecare este f = 0,1 din apăsarea normală pe plan a corpurilor.

Se mai cunosc h = 2 m, $l = 2\sqrt{3}$ m.

E.64 (*Cluj, 1991*). Fie sistemul din figura E.64, în care forța de frecare la alunecare dintre corpul de masă m_3 și planul înclinat este $F_f = 2$ N, iar celelalte frecări se neglijează. Lungimea planului este $l = 4$ m, iar $h = 2$ m.

a) Ce valori minime trebuie să aibă masele corpurilor m_1 și m_2 pentru ca sistemul să fie în echilibru, știind că $m_3 = 3$ kg?

b) Ce valori m'_1 și m'_2 ar trebui să aibă masele corpurilor 1 și 2 încât corpul 3 să urce uniform pe plan?

c) Ce valoare are constanta elastică a resortului dacă acesta se alungește cu $\Delta l_1 = 1{,}3$ cm în cazul a)?

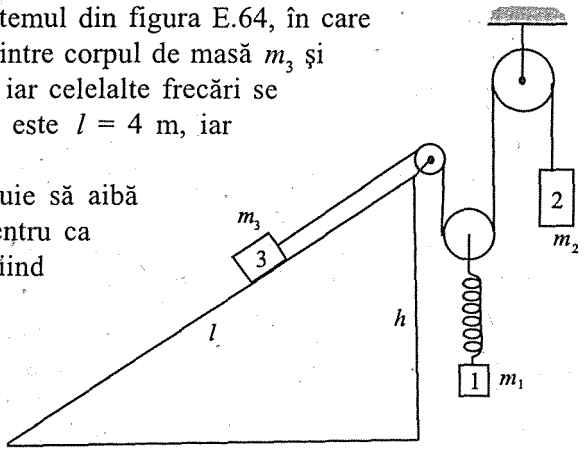


Fig. E.64

4. Lucrul mecanic și energia mecanică

E.65 (*Cluj, 1994*). Asupra unui corp acționează trei forțe ca în figura E.65. Se cunosc unghiurile $\alpha_1 = \alpha_2 = 60°$ și modulele forțelor $F_1 = F_2 = 20$ N, $F_3 = 30$ N. Să se calculeze:

a) lucrul mecanic al rezultantei celor trei forțe pentru a deplasa corpul pe o distanță $s = 10$ m;

b) puterea dezvoltată dacă deplasarea durează $t = 10$ s;

c) dacă deplasarea se face cu viteză constantă, să se determine lucrul mecanic total efectuat asupra corpului.

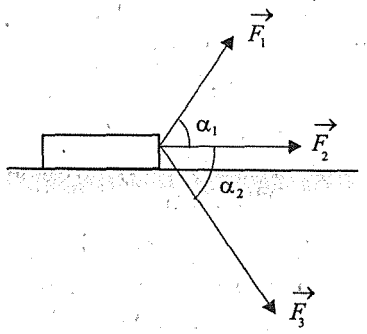


Fig. E.65

E.66 (*Suceava,, 1994*). Asupra unui corp de masă $m = 5$ kg acționează un sistem de forțe, reprezentat în figura E.66. Știind că $F_1 = F_2 = 10\sqrt{2}$ N, $F_3 = 30$ N, $\alpha = 45°$ și că mobilul se mișcă cu viteză constantă și cu frecare, să se calculeze:

a) forța de frecare;

b) lucrul mecanic al forței rezultante ce tractează corpul pe distanța $s = 5$ m;

c) puterea dezvoltată de forța de tracțiune în timpul $t = 1$ min 40 s;

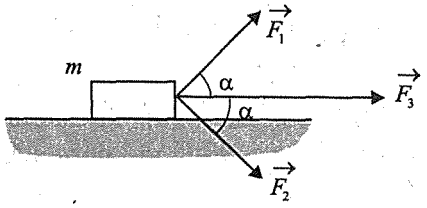


Fig. E.66

d) lucrul mecanic al forței de greutate a corpului;

e) lucrul mecanic al forței de frecare.

E.67 (*Galați, 1996*). Un corp cu masa $m = 400$ kg este ridicat uniform la înălțimea $H = 60$ m cu ajutorul unui cablu. Să se calculeze:

a) forța necesară pentru a ridica corpul;

b) lucrul mecanic efectuat;

c) timpul ridicării și viteza cu care se deplasează corpul pe verticală, dacă puterea motorului care ridică cablul este $P = 1{,}2$ kW.

E.68 (*Neamț, 1993*). Care este lucrul mecanic efectuat când ridicăm la înălțimea $h = 20$ m o bară de fier de lungime $l = 5$ m și cu secțiunea $S = 50$ cm^2? Densitatea fierului $\rho = 7\,800$ kg/m^3. Dacă ridicarea s-ar face în timpul $t = 60$ s, care ar fi puterea în acest caz? Se dă: $g = 10$ N/kg.

E.69 (*Cluj, 1991*). Pentru a ridica o scândură de lemn cu lungimea $a = 2$ m, lățimea $b = 20$ cm și grosimea $c = 5$ cm la înălțimea $h = 10$ m s-a folosit un scripete fix cu $\eta = 80\%$.

a) Știind că densitatea lemnului $\rho = 500$ kg/m^3 și $g = 10$ N/kg, să se calculeze valorea F a forței necesare ridicării cu viteză constantă.

b) Calculați valorea lucrului mecanic efectuat de forța F.

c) Calculați valoarea puterii mecanice dezvoltate dacă scândura a fost ridicată cu viteza $v = 0{,}5$ m/s.

E.70 (*Cluj, 1991*). Cu ajutorul unei pompe cu puterea $P = 85$ W se scoate apă dintr-o fântână de la adâncimea $H = 16$ m. Ce volum de apă se scoate în timp de o oră dacă randamentul pompei este $\eta = 80\%$? Densitatea apei $\rho = 1\,000$ kg/m^3.

E.71 (*Gorj, 1994*). Un tractor care înaintează cu viteza constantă $v = 18$ km/h dezvoltă o forță de tracțiune constantă $F = 7360$ N.

a) Să se calculeze puterea tractorului.

b) Cu un motor având puterea tractorului de la punctul a) se pune în funcțiune o pompă pentru ridicarea unui volum de apă $V = 7{,}36$ m^3 ($\rho = 1000$ kg/m^3), într-un rezervor aflat la înălțimea $h = 8$ m. Dacă randamentul instalației este $\eta = 80\%$, în cât timp se va efectua lucrarea, considerând $g = 10$ N/kg?

E.72 (*Sibiu, 1996*). Un automobil este echipat cu un motor care, la viteza maximă $v_{max} = 90$ km/h, dezvoltă o putere $P_c = 120$ kW, având randamentul $\eta = 48{,}4\%$. Fiecare litru de benzină permite efectuarea unui lucru mecanic $L_1 = 4{,}4 \cdot 10^4$ J. Se cer:

a) consumul de benzină al autovehiculului, în litri, pentru parcurgerea distanței $s = 100$ km cu viteza maximă;

b) puterea utilă a autovehiculului;

c) forța de tracțiune a motorului la viteza maximă.

E.73 (*Dolj, 1993*). Se deformează un resort acționând asupra lui cu o forță $F_1 = 20$ N. Resortul se alungește cu $x_1 = 1$ cm.

a) Știind că alungirea $x_2 = 4$ cm aparține tot domeniului elastic, să se calculeze mărimea forței deformatoare F_2.

b) Reprezentați grafic dependența deformației (x) în funcție de forța deformatoare (F).

c) Care este lucrul mecanic efectuat de forța deformatoare pentru realizarea deformării de la x_1 la x_2?

d) Interpretați geometric acest lucru mecanic.

E.74 (*Botoșani, 1995*). Se dă următorul grafic (fig. E.74) al dependenței forței ce acționează asupra unui corp în funcție de deplasare.

a) Ce semnificație fizică atribuiți suprafeței haşurate?

b) Ce valoare are forța trecută în grafic (F_x) pentru ca lucrul mecanic total să fie de 500 J?

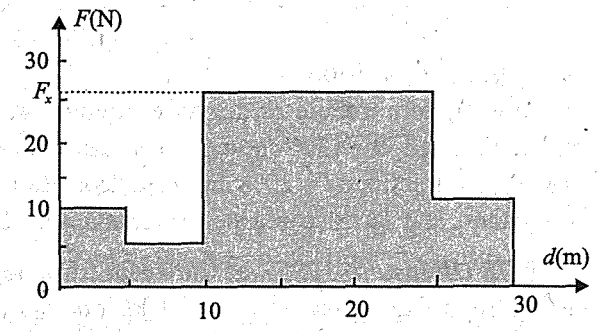


Fig. E.74

E.75 (*Prahova, 1996*). Un corp omogen, de formă paralelipipedică, trebuie deplasat uniform cu viteza $v = 1$ m/s, pentru a ajunge din poziția 1 în poziția 2 (fig. E.75), pe o suprafață orizontală ce prezintă coeficienți diferiți de frecare pe cele trei porțiuni indicate ($\mu_1 = 0{,}1$; $\mu_2 = 0{,}2$; $\mu_3 = 0{,}3$). Cunoscând $m = 3$ kg, $l = 3$ m, $g = 10$ N/kg:

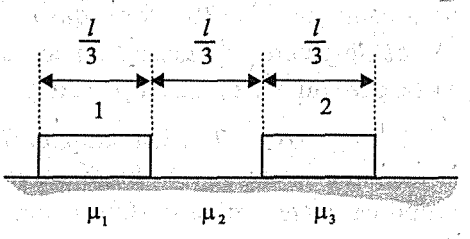


Fig. E.75

a) exprimați forța orizontală de tracțiune ce poate realiza această operație;

b) reprezentați grafic această forță în funcție de timp;

c) evaluați lucrul mecanic al forței de tracțiune.

E.76 (*Iași, 1995*). Un copil trage uniform o sanie a cărei masă împreună cu încărcătura este $m = 50$ kg. Firul săniuței este înclinat cu $\alpha = 30°$C deasupra orizontalei. Forțele de frecare la alunecare reprezintă $f = 50\%$ din forțele de apăsare normală pe sol. Mișcarea are loc în plan orizontal. Să se calculeze:

a) forța care acționează de-a lungul firului;

b) forța de apăsare normală a saniei pe sol;

c) ce putere ar fi trebuit să dezvolte copilul ca să tragă săniuța cu $v = 1$ m/s;

d) ce greutate minimă trebuie să aibă copilul ca să poată mișca săniuța.

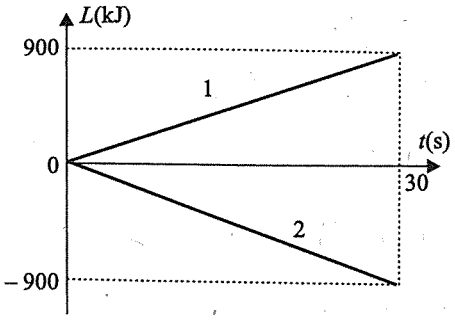


Fig. E.77

E.77 (*Prahova, 1993*). Un automobil se deplasează pe un drum orizontal, dependența de timp a lucrurilor mecanice ale forțelor de tracțiune și frecare fiind reprezentată de graficele (1) și (2) din figura E.77.

a) Indicați graficul fiecărei dependențe.

b) Precizați tipul mișcării.

c) Determinați viteza automobilului știind că motorul său dezvoltă o forță de tracțiune F_t = 1500 kN.

d) Ce putere trebuie să dezvolte motorul automobilului pentru ca acesta să urce o pantă cu $\alpha = 30^\circ$ cu aceeași viteză ca la punctul c)? Forțele de frecare reprezintă o fracțiune $f = 20\%$ din forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact, atât la mișcarea pe orizontală, cât și pe suprafața înclinată.

E.78 (*Botoșani, 1995*). a) Care este forța de frecare, dacă pentru a deplasa un automobil de masă m = 1200 kg cu viteză v = 72 km/h, pe un drum orizontal, este necesară o putere P = 120 kW?

b) Ce putere este necesară pentru a deplasa automobilul cu aceeași viteză pe o pantă cu $\alpha = 30^\circ$, forța de frecare rămânând aceeași?

c) Ce putere este necesară pentru a deplasa în jos corpul, cu aceeași viteză ca la punctul a), pe aceeași pantă?

E.79 (*Cluj, 1993*). Un automobil având masa m = 1000 kg urcă un drum în pantă cu viteza v = 60 km/h, motorul său dezvoltând puterea P = 36,8 kW. Știind că la fiecare Δl = 100 m parcurși automobilul urcă cu Δh = 8 m, să se determine:

a) valorile forțelor ce acționează asupra automobilului;

b) consumul de benzină al motorului (exprimat în litri/100 km), dacă randamentul său $\eta = 30\%$, densitatea benzinei ρ = 800 kg/m^3, iar puterea calorică a benzinei q = 46 MJ/kg;

c) dacă în timpul mișcării, șoferul ar reduce puterea motorului la P_1 = 89,44 kW, ar mai putea oare urca automobilul panta?

E.80 (*Dolj, 1996*). Un automobil urcă pe un plan înclinat de lungime l și înălțime $h = l/2$ cu viteză constantă v_1 = 15 m/s, după care își continuă mișcarea pe un plan orizontal, păstrând constantă puterea dezvoltată de motor. Forța de frecare întâmpinată de automobil este, de-a lungul întregii mișcări, proporțională cu forța de apăsare a automobilului pe plan ($F_f = kN$). Cunoscând randamentul mișcării pe planul înclinat $\eta = 75\%$, să se determine:

a) coeficientul de proporționalitate k;

b) viteza automobilului pe planul orizontal după ce aceasta devine constantă.

E.81 (*Olt, 1994*). Un automobil cu masa m = 1500 kg are un motor de putere P = 62,56 kW. Pentru a se deplasa pe un drum orizontal cu viteza constantă v_0 = 50 km/h are nevoie de o putere P_0 = 14,72 kW. Presupunând că forțele de frecare rămân neschimbate, să se calculeze panta cea mai abruptă pe care o poate urca automobilul cu această viteză.

Notă. Se poate calcula raportul $\frac{h}{l}$, unde h este înălțimea, iar l lungimea pantei.

E.82 (*Gorj, 1994*). Pe un plan înclinat, cu h = 1 m și l = 2 m se află un corp cu densitatea ρ = 8 g/cm³ și dimensiunile a = 5 dm, b = 0,5 dm, c = 2 dm. Să se calculeze forța necesară pentru a urca corpul uniform pe planul înclinat și randamentul acestuia, știind că forța de frecare F_f = 50 N este îndreptată în lungul planului înclinat, în jos. Se va considera g = 10 N/kg.

E.83 (*Prahova, 1995*). Un corp se deplasează de-a lungul unui plan înclinat, o dată în sus, cu viteza v, apoi, în jos, cu o viteză de n ori mai mare decât în sus, în ambele cazuri motorul dezvoltând aceeași putere. Știind că deplasarea are loc în ambele cazuri cu frecare, precum și faptul că forța de frecare la alunecare este proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact (coeficientul de proporționalitate este μ și îndeplinește condiția $0 < \mu < 1$), stabiliți condiția pe care trebuie să o îndeplinească unghiul de înclinare al planului pentru care problema să fie posibilă.

E.84 (*Prahova, 1992*). Pe un plan înclinat, cu înălțimea h și lungimea l coboară liber, uniform, cu viteza v, un corp de masă m. Ce putere trebuie să se dezvolte pentru a urca corpul pe plan cu aceeași viteză?

E.85 (*Arad, 1995*). Un corp cu masa m = 10 kg este ridicat pe un plan înclinat de lungime l = 10 m și înălțime h = 5 m. Randamentul planului este η = 80%.

a) Determinați lucrul mecanic util, lucrul mecanic consumat și forța de frecare dintre corp și plan.

b) Dacă corpul este menținut în repaus pe plan, cu ajutorul unui resort de constantă elastică k = 125 N/m, care sunt deformația maximă și deformația minimă ale restorului?

c) Presupunând corpul în repaus pe plan în cazul deformării minime, la un moment dat resortul începe să fie tras în sus pe plan cu viteză constantă v = 0,5 m/s. După cât timp se pune corpul în mișcare?

E.86 (*Iași, 1993*). Pentru a urca, respectiv a coborî, uniform un corp pe un plan înclinat de lungime l = 2 m și înălțime h = 1 m se aplică corpului forțele F_1 = 98 N, respectiv F_2 = 49 N, orientate paralel cu planul înclinat spre vârful acestuia. Să se determine:

a) masa corpului (g = 10 N/kg);
b) modulul forței de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat;
c) randamentul planului înclinat la urcarea corpului.

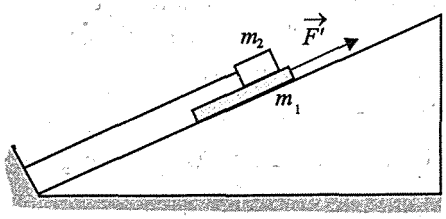


Fig. E.87

E.87 (*Iași, 1992*). Un corp de masă m_1 = 1 kg este ridicat uniform pe un plan înclinat de lungime l = 5 m și înălțime h = 4 m, cu randamentul η = 8/11.

a) Să se determine raportul dintre forța de frecare dintre corp și plan și forța cu care corpul apasă perpendicular pe plan.

b) Peste corpul m_1 se așază un alt corp de masă m_2 = 0,5 kg, legat de un perete ca în figura E.87. Pentru a ridica în acest caz corpul de masă m_1, cu viteza v = 5 cm/s, pe planul înclinat, este necesară o putere P = 1 W. Știind că raportul dintre forța de frecare dintre m_1 și plan și forța de apăsare perpendiculară pe plan este cel determinat în punctul a), să se calculeze forța de frecare dintre corpurile m_1 și m_2. Se dă: g = 10 N/kg.

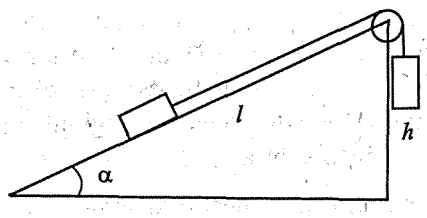


Fig. E.88

E.88 (*Mehedinți, 1993*). Două corpuri de greutate G = 10 N fiecare sunt legate cu un fir trecut peste un scripete montat în vârful unui plan înclinat (fig. E.88). Se cere:

a) să se arate dacă sistemul celor două corpuri poate fi menținut în echilibru pentru un unghi α între 0° și 90°;

b) să se determine randamentul planului înclinat (când există frecare), în cazul sistemului considerat, dacă h = 1 m și l = 2 m.

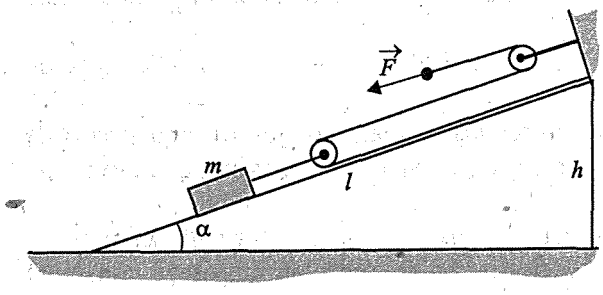


Fig. E.89

E.89 (*Sibiu, 1994*). Pe un plan înclinat, de lungime l = 5 m, este ridicat uniform un cărucior cu masa m = 200 kg la înălțimea h = 1 m, folosind sistemul din figura E.89. Cunoscând randamentul planului înclinat η = 40% și faptul că urcarea durează t = 5 min, se cer:

a) valoarea forței de tracțiune necesară ridicării căruciorului;

b) puterea pe care ar trebui să o dezvolte un motor pentru a efectua lucrarea;

c) valoarea forței de frecare.

Scripeții sunt ideali și se va lua $g = 10$ N/kg.

E.90 (*Dolj, 1995*). Un corp cu greutatea $G = 1\,000$ N trebuie ridicat la înălțimea $h = 2$ m folosind un scripete fix cu randamentul $\eta_s = 80\%$ și un plan înclinat cu lungimea $l = 4$ m și randamentul $\eta_p = 80\%$, ca în figura E.90. Calculați forța necesară acestei acțiuni. Ce valoarea ar avea această forță, dacă n-ar exista frecarea?

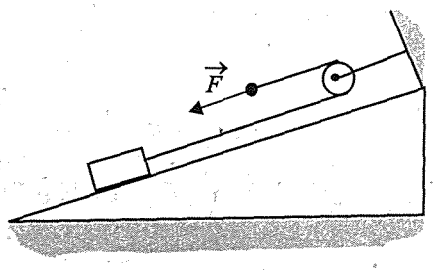


Fig. E.90

E.91 (*Sibiu, 1996*). Se dă sistemul din figura E.91, corpul ce urmează a fi ridicat având masa $m = 2000$ kg, iar forța de frecare este $k = 10\%$ din greutate. Știind că $l = 40$ m, $h = 9$ m și că scripeții sunt ideali, se cer:

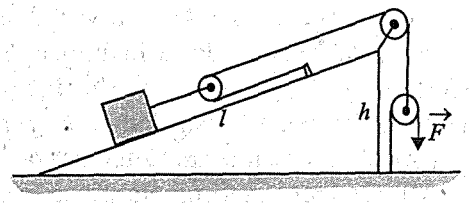


Fig. E.91

a) forța F cu care trebuie tras corpul pe plan;

b) lucrul mecanic consumat pentru a deplasa corpul cu $s = 5$ m în susul planului;

c) dacă sistemul este acționat de un motor cu puterea $P = 1000$ W, în cât timp parcurge corpul cei 5 m?

d) viteza corpului pe planul înclinat;

e) randamentul planului înclinat.

Se va lua $g = 10$ N/kg.

E.92 (*Chișinău, 1995*). Se dă sistemul de corpuri din figura E.92, în care corpul de masă $m_1 = 3$ kg urcă uniform. Lungimea planului înclinat $l = 2$ m, înălțimea $h = 1$ m, randamentul planului înclinat $\eta = 0{,}8$, scripetele este ideal. Determinați:

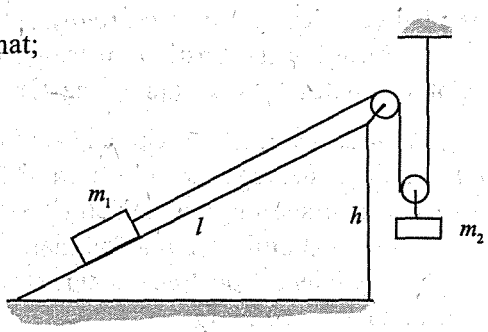


Fig. E.92

a) valoarea forței de frecare dintre corpul m_1 și plan;

b) lucrul acestei forțe la mișcarea corpului de la baza planului înclinat la vârful lui;

c) masa m_2 a corpului suspendat de scripetele mobil.

E.93 (*București, 1992*). Două corpuri de formă cubică din Al și Pt ($\rho_{Pt} = 8\ \rho_{Al}$) au masele egale. Determinați, prin calcul, care din cele două corpuri are o energie potențială mai mare în raport cu suprafața mesei pe care sunt așezate.

E.94 (*Cluj, 1993*). O minge cade de la înălțimea $h = 4$ m. La ce înălțime maximă va urca, dacă la ciocnirea cu solul pierde $k = 10\%$ din energia sa?

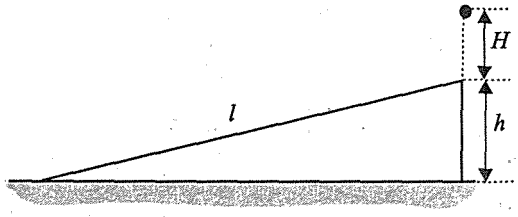


Fig. E.95

E.95 (*Constanța, 1991*). Un corp cade de la înălțimea $H = 1$ m pe un plan înclinat cu înălțimea $h = 2$ m și lungimea $l = 20$ m (fig. E.95). Să se determine ce distanță parcurge corpul până la oprire dacă forța de frecare reprezintă $f = 20\%$ din forța de apăsare normală. Se dă: $g = 10$ N/kg.

E.96 (*Galați, 1994*). Din vârful A al unui plan înclinat este lăsat liber să alunece cu frecare, de la înălțimea $h = 10$ m, un corp de masă $m = 70$ kg. Corpul, după părăsirea planului înclinat, își continuă drumul cu frecare pe o porțiune orizontală, oprindu-se în punctul B.

a) Ce lucru mecanic efectuează forța de frecare până la oprire?

b) Ce lucru mecanic va trebui efectuat pentru a readuce corpul, cu viteză constantă, în punctul de plecare?

c) Ce putere este necesară în cazul b) dacă operația durează $t = 50$ s?

E.97 (*Brăila, 1993*). Un corp de masă $m = 1$ kg este ridicat pe un plan înclinat de lungime $l = 5$ m și înălțime $h = 4$ m cu randamentul $\eta = 80\%$.

a) Să se afle raportul dintre forța de frecare și forța de apăsare normală pe plan (coeficientul de frecare μ);

b) Corpul m este susținut printr-un fir imponderabil și fără greutate paralel cu planul înclinat. Ce tensiune ia naștere în fir când forța de frecare este aceeași?

E.98 (*Brașov, 1991*). Un corp cu masa $m = 2$ kg este urcat uniform pe un plan înclinat de lungime $l = 5$ m și înălțime $h = 3$ m. Știind că forța de tracțiune paralelă cu planul înclinat este $F = 20$ N, să se afle:

a) randamentul planului înclinat;

b) coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat.

Se dă $g = 10$ N/kg.

E.99 (*Galați, 1995*). Fie planul înclinat cu înălțimea $h = 5$ m și lungimea $L = 10$ m. Două corpuri mici, identice, de mase $m_1 = m_2 = 6$ kg sunt ridicate uniform. Randamentul de ridicare pentru fiecare corp pe plan este $\eta = 75\%$. Știind că resortul fixat între corpuri are în stare nedeformată lungimea $l_0 = 8$ cm, constanta elastică $k = 2 \cdot 10^3$ N/m și masa neglijabilă, să se calculeze:

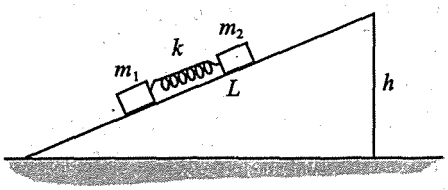


Fig. E.99

a) distanța dintre corpuri în timpul urcării;

b) energia potențială gravitațională totală a celor două corpuri în momentul în care primul ajunge în vârful planului;

c) poate oare coborî sistemul celor două corpuri pe planul înclinat când forța de tracțiune încetează să mai acționeze?

Se va considera $g = 10$ N/kg.

E.100 (*Vâlcea, 1991*). Elementele dispozitivului reprezentat în figura E.100 sunt dispuse în plan vertical. Cele două resorturi ușoare sunt identice, fiecare având constanta de elasticitate k. Să se determine:

a) alungirile celor două resorturi cunoscând: m – masa corpului suspendat, M – masa scripetului mobil, g – accelerația gravitațională;

b) alungirile resorturilor dacă de capătul liber al firului se trage pe verticală în jos cu o forță F;

c) variația energiei potențiale gravitaționale a scripetelui ca urmare a acțiunii forței F.

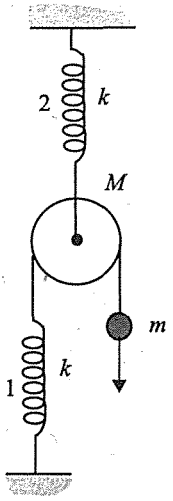


Fig. E.100

E.101 (*Constanța, 1991*). Un corp cu masa $m = 1$ kg este menținut în vârful A al unui plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30°$ (fig. E.101). În această poziție firul elastic care leagă corpul cu punctul O este nedeformat și are lungimea $l_0 = 0{,}5$ m. Fiind eliberat, corpul alunecă spre baza planului înclinat, oprindu-se în punctul B, astfel că firul face unghiul $\beta = 45°$ cu direcția planului. Să se calculeze:

a) alungirea firului în B și valoarea forței elastice respective, dacă constanta elastică a firului $k = 20$ N/m;

b) forța de apăsare normală a corpului și forța de frecare în B;

c) lucrul forței de frecare la deplasarea corpului din A în B.

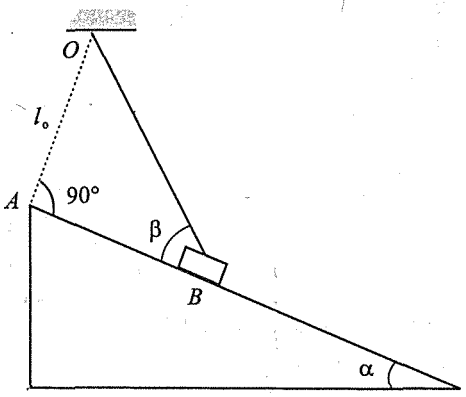


Fig. E.101

Notă: energia potențială elastică a firului (resortului) deformat se calculează pe baza formulei $E_{pe} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$, unde Δl este deformația firului.

E.102 (*Neamț, 1995*). Energia necesară deformării unui resort cu x este egală cu W.

a) Să se determine energiile necesare pentru deformarea resortului din starea nedeformată cu $2x$, $3x$, $4x$,..., nx.

b) Să se determine energiile necesare pentru deformarea resortului cu x, apoi încă cu x, apoi încă cu un x ş.a.m.d.

Notă: energia potenţială a resortului este dată de formula $\frac{kx^2}{2}$, unde k este constanta elastică şi x – deformaţia resortului.

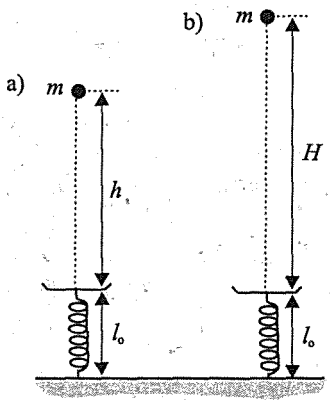


Fig. E.103

E.103 (*Prahova, 1993*). Pe două resorturi nedeformate, cu aceleaşi lungimi iniţiale, cad de la înălţimi diferite două corpuri identice (figura E.103). Ştiind că energia potenţială de deformaţie elastică a unui resort se calculează conform relaţiei $E = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$,

a) comparaţi valorile maxime ale energiilor potenţiale de deformaţie elastică ale celor două resorturi, comprimările Δl ale acestora fiind identice;

b) determinaţi constantele de elasticitate ale celor două resorturi k_1 şi k_2.

Se cunosc: m, h, H, Δl şi g. Masele talerelor pe care cad corpurile se neglijează.

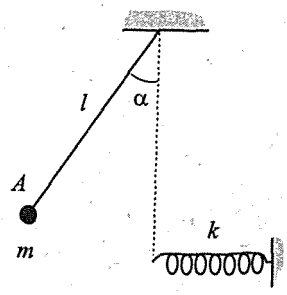


Fig. E.104

E.104 (*Buzău, 1997*). În sistemul din figura E.104 se dau: lungimea $l = 1$ m, masa $m = 2$ kg, $\alpha = 30°$. Corpul m din poziţia A este lăsat liber. La lovirea resortului, acesta se comprimă cu $\Delta l = 15$ mm. Să se determine constanta elastică a resortului. Se consideră $g = 10$ N/kg. Energia potenţială de deformaţie elastică este dată de formula $E = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$.

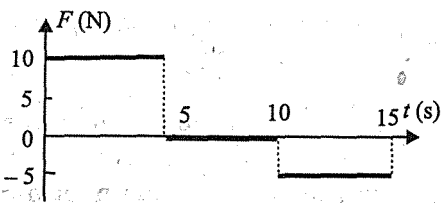


Fig. E.105

E.105 (*Mehedinţi, 1993*). Asupra unui corp aflat pe o suprafaţă orizontală netedă acţionează în decurs de 15 secunde o forţă ce variază conform graficului din figura E.105. Arătaţi care va fi efectul acestei forţe asupra stării corpului, în fiecare interval de timp.

E.106 (*Bucureşti, 1995*). Energia cinetică a unui corp, ce se deplasează

rectiliniu şi orizontal depinde de distanța parcursă conform graficului din figura E.106. Arătați că, în acest caz, forța care acționează asupra corpului este constantă.

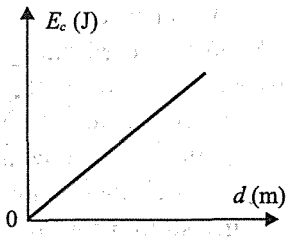


Fig. E.106

E.107 (*Bucureşti, 1997*). Asupra unui corp aflat inițial în repaus acționează numai o forță F, a cărei dependență de distanța parcursă este reprezentată în graficul din figura E.107. Aflați:

a) lucrul mecanic efectuat pe fiecare interval (etapă) *OA*, *AB*, *BC*, respectiv etapele I, II, III;

b) energia cinetică pe care o are corpul după fiecare etapă.

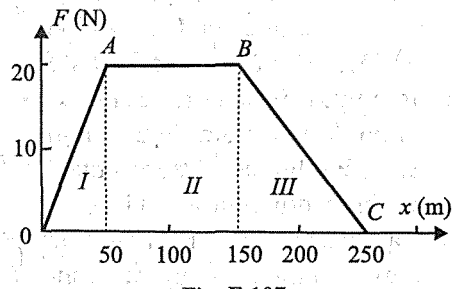


Fig. E.107

E.108 (*Constanța, 1995*). Graficul forță–comprimare al unui resort este arătat în figura E.108.

a) Ce lucru mecanic se consumă pentru a comprima resortul cu $\Delta x_0 = 3$ cm?

b) Ce valoare are energia potențială a resortului la această comprimare?

c) Plasați un corp la extremitatea resortului, când acesta este comprimat cu $\Delta x_0 = 0{,}3$ cm. Lăsați apoi sistemul liber. Cu ce energie cinetică va trece corpul prin punctul corespunzător unei comprimări de $\Delta x = 0{,}2$ cm?

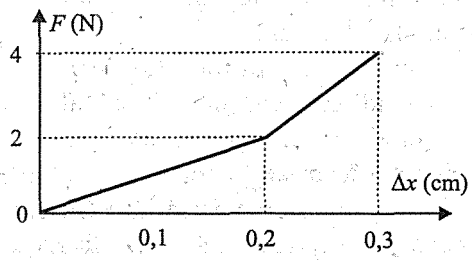


Fig. E.108

E.109 (*Bucureşti, 1993*). O minge de cauciuc este aruncată de pe sol în sus. Ştiind că energia cinetică depinde de înălțimea la care se află mingea conform graficului din figura E.109, stabiliți:

a) înălțimea maximă la care ajunge mingea;

b) energia potențială şi cientică la $\frac{1}{3}$ din înălțimea maximă;

c) masa mingiei.

Se neglijează frecările; $g = 9{,}8$ N/kg.

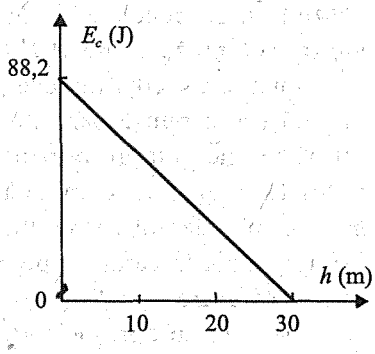


Fig. E.109

E.110 (*Dolj, 1995*). O minge cu masa $m = 0{,}5$ kg cade liber în vid de la înălțimea $H = 1$ m. Se cer:

a) pentru sistemul corp–Pământ reprezentați grafic variația energiei cinetice, a energiei potențiale gravitaționale și a energiei mecanice totale a sistemului în funcție de drumul parcurs de minge în cădere;

b) aflați lucrul mecanic efectuat de forța de greutate;

c) dacă după ciocnirea cu solul mingea pierde $k = 20\%$ din energia cinetică pe care a avut-o înainte de ciocnire, să se determine de câte ori va mai ciocni mingea solul până când înălțimea la care se ridică este mai mare decât $h_0 = 0{,}5$ m.

E.111 (*București, 1993*). Un corp alunecă liber fără frecare pe un deal, al cărui profil este reprezentat în figura E.111,a. Energia sa măsurată de-a lungul bazei dealului este reprezentată prin curba din figura E.111,b.

a) Reprezentați pe grafic energia totală a corpului, considerând că în punctul A viteza inițială este nulă.

b) Cum putem stabili, folosind graficul dat și cel al energiei totale, valoarea energiei cinetice în orice punct?

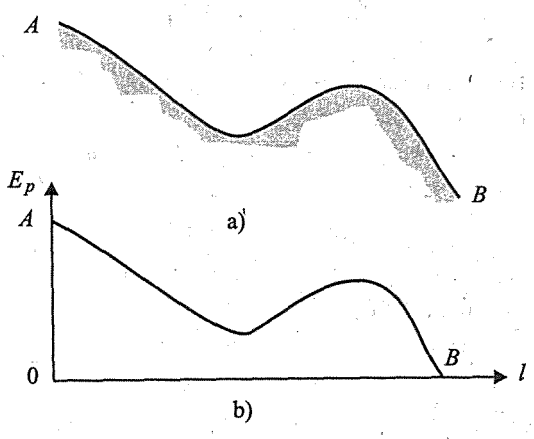


Fig. E.111, a), b)

c) Cum se modifică graficul energiei totale de la punctul a), dacă viteza corpului în punctul A este diferită de zero și îndreptată către baza dealului?

E.112 (*Constanța, 1993*). Un corp se deplasează pe traseul dat în figura E.112, plecând liber din punctul A. În punctele C, E, G viteza este nulă, iar pe AB, CD și EF pierde $k = 10\%$ din energia inițială, corespunzătoare punctului de început al porțiunii, datorită frecării. Cunoscând $h = 10$ m și faptul că pe BC și DE nu există frecare, iar pe FG forța de frecare este $f = 10\%$ din forța normală, aflați distanța x (măsurată de la F) la care se oprește corpul.

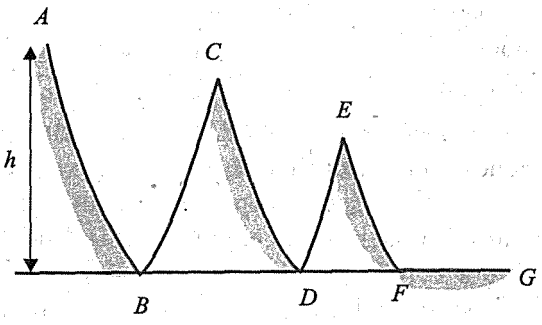


Fig. E.112

E.113 (*Cluj, 1993*). Un corp lăsat să alunece pe un plan înclinat ajunge la baza acestuia cu o anumită viteză. Dacă îl lansăm, cu această viteză, în sus de-a lungul planului, va ajunge la înălțimea de la care a fost lăsat liber?

E.114 (*Galați, 1994*). Ce energie cinetică minimă trebuie să aibă un sac

de ciment având masa m = 50 kg, lansat de la înălțimea h = 1 m, pentru a trece peste oblonul unui autocamion cu marginea superioară aflată la înălțimea H = 2,5 m?

E.115 (*București, 1994*). Un corp cu masa m = 2 kg este lansat de la baza unui plan înclinat către vârful lui. Corpul se oprește după ce parcurge o distanță l = 6 m și se află la o înălțime h = 3 m (fig. E.115). Știind că în situația dată, forța de frecare reprezintă o fracțiune $k = \frac{1}{4}$ din greutatea corpului:

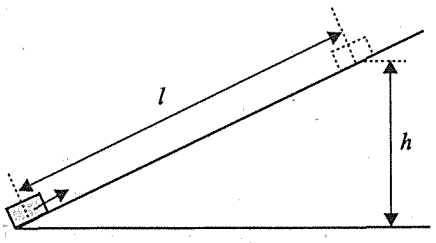


Fig. E.115

a) reprezentați forțele ce acționează asupra corpului în timp ce acesta urcă pe plan.

b) Ce energie cinetică (E_{c0}) a avut corpul în momentul lansării?

c) Arătați că după oprire corpul coboară pe plan.

d) Ce energie cinetică (E_c) va avea corpul la revenirea lui în locul de lansare?

e) Ce energie cinetică ar fi avut corpul la revenire, dacă s-ar fi neglijat frecările?

Se va lua: g = 10 N/kg.

E.116 (*Cluj, 1993*). Două cuburi de aceeași masă, dar din materiale diferite, se lansează cu aceeași viteză pe o suprafață orizontală, pe care parcurg, până la oprire, distanțele s_1 și s_2. Lipind cele două cuburi astfel ca ele să se atingă de suprafața orizontală cu fețele cu care s-au atins în cazul precedent și lansând sistemul astfel format cu aceeași viteză pe aceeași suprafață, ce distanță va parcurge el până la oprire? (Energia cinetică a unui corp depinde de masa și viteza acestuia.)

E.117 (*București, 1994*). Două corpuri cu masele m_1 = 3 kg și m_2 = 7 kg sunt suspendate la distanța h = 1 m deasupra solului, la capetele unui fir cu lungimea L = 3 m, inextensibil, trecut peste un scripete fix ideal (fig. E.117). Corpurile pornesc din repaus.

a) Aflați energia cinetică a sistemului în momentul în care corpul de masă m_2 atinge solul.

b) Știind că în acel moment energiile cinetice ale fiecăruia dintre cele două corpuri sunt direct proporționale cu masele lor, calculați ce energie cinetică are fiecare dintre corpuri.

c) La ce înălțime maximă H față de sol se va ridica corpul cu masa m_1?

Se va lua g = 10 N/kg.

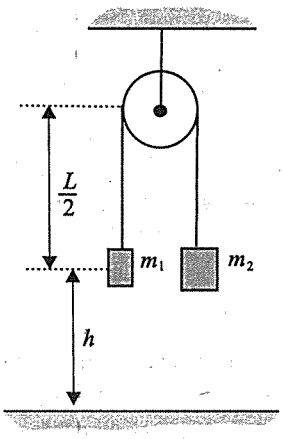


Fig. E.117

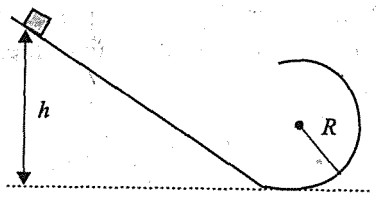


Fig. E.118

E.118 (*Cluj, 1994*). Un corp alunecă fără frecare pe un drum ca în figura E.118. De la ce înălțime h pornește corpul dacă în punctul superior al buclei energia sa cinetică este $k = \frac{1}{4}$ din energia inițială? Raza buclei $R = 0{,}3$ m.

E.119 (*Iași, 1996*). Un corp cu masa $m = 4$ kg coboară pe un plan înclinat de înălțime $h = 1$ m, lungime $l = 10$ m și randament $\eta = 80\%$. Ajungând la baza planului, corpul își continuă mișcarea pe o suprafață plană și orizontală, până la oprire. Forța de frecare are aceeași valoare pe tot parcursul. Să se determine:

a) distanța parcursă pe orizontală;

b) viteza corpului la readucerea în punctul de plecare, pe același traseu, în mișcare uniformă, dacă se folosește un motor cu $P = 40$ W și randamentul $\eta_1 = 20\%$.

Se va considera $g = 10$ N/kg.

E.120 (*Cluj, 1992*). Un corp de masă $m = 10$ kg este așezat pe un plan înclinat de înălțime $h = 4$ m, pe care începe să alunece fără frecare. Ajungând la baza planului, corpul își continuă mișcarea pe un drum orizontal pe care acționează o forță de frecare $F_f = kG$, unde $k = 0{,}1$. Să se calculeze:

a) energia potențială a corpului în punctul de plecare, față de baza planului;

b) energia cinetică a corpului în momentul când ajunge la baza planului;

c) distanța străbătută pe planul orizontal până la oprire.

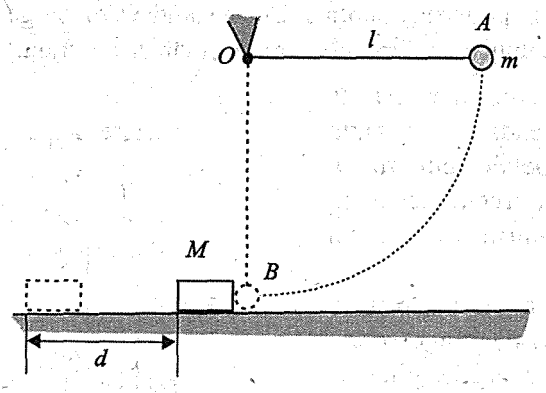


Fig. E.121

E.121 (*București, 1995*). Un corp de masă $m = 2$ kg este suspendat de un fir cu lungimea $l = 1$ m. Firul este adus în poziție orizontală, iar corpul este lăsat liber în punctul A (fig. E.121). Când ajunge în punctul B, situat sub punctul de suspensie O, corpul ciocnește un bloc din lemn, cu masa M, căruia îi „transferă" $\eta = 40\%$ din energia cu care ajunge în B, restul energiei rămânând corpului sub formă de energie cinetică. Ca urmare, blocul se deplasează pe distanța $d = 0{,}5$ m până se oprește. Aflați:

a) energia (E_c) transferată blocului din lemn;

b) forța de frecare (F_f) dintre bloc și suprafața orizontală;

c) masa blocului (M), știind că forța de frecare dintre el și suprafață este o fracțiune, $k = \frac{1}{5}$, din forța sa de greutate;

d) înălțimea (y) față de suprafața orizontală la care se ridică corpul după ciocnirea cu blocul.

Firul se consideră inextensibil, iar g = 10 N/kg.

E.122 (*București, 1992*). Un pendul gravitațional de lungime l și masă m este deplasat din poziția de echilibru până când firul este orizontal (fig. E.122) și apoi lăsat liber. În punctul B el ciocnește un corp de masă M așezat pe un plan orizontal și se reîntoarce până în punctul C, astfel încât $\alpha = 60^\circ$.

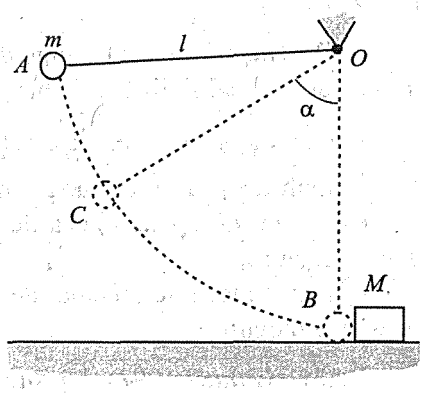


Fig. E.122

a) Ce energie cinetică E_{cB} are pendulul când lovește corpul de masă M?

b) Cu ce energie cinetică E'_{cB} va rămâne el după ciocnire?

c) Ce energie transmite pendulul corpului cu masă M? Se neglijează transformarea energiei mecanice în căldură.

d) Știind că, după lovire, corpul M parcurge distanța d până la oprire, care va fi forța de frecare dintre corpul M și suprafața orizontală?

Se consideră cunoscute: m, M, α, d, g, l.

E. 123 * (*Prahova, 1992*). Un corp cu masa m= 100 kg este tras pe un plan orizontal de două forțe concurente $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ situate într-un plan orizontal ce cuprinde și centrul de greutate al corpului. Forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ au direcții ce fac un unghi $\beta = 90^\circ$ între ele. Sub acțiunea acestor forțe și a forței de frecare, corpul se deplasează rectiliniu uniform cu viteza v_0 = 10 m/s. După t = 20 s forțele își încetează acțiunea și corpul începe să coboare o pantă de unghi $\alpha = 30^\circ$ cu orizontala; ajuns la baza planului înclinat corpul se deplasează în continuare pe orizontală, până se oprește. Se cunosc valoarea forței F_1 = 100 N, g = 10 N/kg, precum și faptul că forța de frecare reprezintă o fracțiune $f = \frac{1}{5}$ din forța de apăsare normală pe suprafața de contact, atât pe planurile orizontale, cât și pe planul înclinat. Se cer:

a) valoarea forței F_2;

b) lungimea pantei dacă la baza ei corpul are o viteză v = 20 m/s;

c) lucrul mecanic al forței de frecare pe toată durata mișcării.

---

* La rezolvarea problemelor 123-138 se va folosi expresia pentru energia cinetică a corpului de masă m și viteză v: $E_c = (mv^2)/2$

E.124 (*Braşov, 1995*). Un corp se mişcă pe o suprafaţă orizontală, apoi intră cu viteza $v_1 = 11$ m/s pe o porţiune în care forţa de frecare este $f = \frac{1}{5}$ din greutate şi străbate distanţa $d = 10$ m. Să se calculeze:

a) viteza pe care o are corpul la sfârşitul distanţei;

b) cât trebuie să fie distanţa d pentru ca la sfârşitul ei corpul să se oprească? ($g = 10$ N/kg.)

E.125 (*Iaşi, 1997*). O minge de masă m este lasată să cadă de la înălţimea h faţă de podea. Ştiind că după fiecare ciocnire cu podeaua viteza mingii scade de k ori şi că energia cinetică $E_c = \frac{mv^2}{2}$, aflaţi:

a) înălţimea la care ajunge mingea după cea de a doua ciocnire;

b) viteza mingii după cea de a doua ciocnire. Generalizaţi pentru cea de a n-a ciocnire;

b) lucrul mecanic efectuat de forţa de greutate până imediat înaintea celei de a n-a ciocniri.

E.126 (*Galaţi, 1991*). Un om, stând pe ţărmul unei ape împinge o barcă de masă $m = 160$ kg cu o forţă $F = 100$ N, până când barca se îndepărtează de ţărm cu o distanţă $d = 1$ m. Ce viteză atinge barca? Ce distanţă d_1 parcurge după aceea barca până la oprire?. Forţa de rezistenţă întâmpinată de barcă: $F_f = 50$ N. Energia cinetică a corpului este dată de formula $E_c = \frac{mv^2}{2}$.

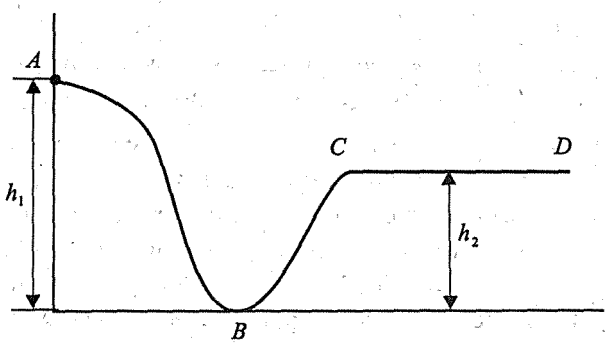


Fig. E.127.

E.127 (*Sibiu, 1995*). O bilă este lăsată liberă în punctul A al profilului din figura E.127, unde $h_1 = 80$ cm şi $h_2 = 50$ cm. Se cer:

a) să se arate ce fel de echilibru ar putea realiza bila în punctele A, B, C şi D;

b) să se traseze pentru porţiunea ABC, pe aceeaşi diagramă, graficele de variaţie ale energiei potenţiale şi cinetice în funcţie de distanţa pe orizontală, dacă se neglijează frecările;

c) să se determine viteza bilei în punctul C dacă: 1 – se neglijează frecările; 2 – pe porţiunea AB se pierde $k = 20\%$ din energia iniţială a bilei.

Se va lua $g = 10$ N/kg.

E.128 (*Brăila, 1993*). Un corp de masă $m = 0{,}5$ kg alunecă în jos pe un drum curbiliniu care reprezintă un sfert de circumferinţă de rază $R = 2$ m.

a) Să se afle viteza corpului în punctul B dacă pornește din repaus și nu există frecări.

b) Care este lucrul mecanic al forței de greutate când corpul se mișcă pe arcul de circumferință și când este lăsat să cadă liber din punctul O?

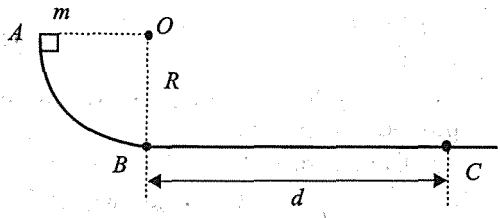


Fig. E. 128.

c) Părăsind suprafața curbă, corpul se deplasează pe un plan orizontal oprindu-se, datorită frecării, în punctul C, după ce a parcurs distanța $d = 10$ m. Care este valoarea forței de frecare dintre corp și planul orizontal? Se va considera $g = 10$ N/kg.

E.129 (*Prahova, 1994*). Un lanț omogen se află în repaus pe suprafața ABC, ca în figura E.129. Calculați viteza lanțului în momentul în care extremitatea sa D ajunge în punctul B. Lanțul alunecă fără frecare. Se cunosc: lungimea sa L, porțiunea a, accelerația gravitațională g și unghiul α. Energia cinetică a corpului de masă m ce are viteza v este dată de formula: $E_c = \frac{mv^2}{2}$.

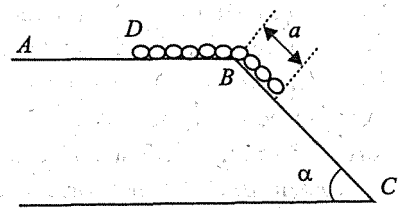


Fig. E. 129.

E.130 (*Galați, 1995*). O bilă de masă $m_0 = 100$ g este prinsă de capătul unui lanț de lungime $l = 4$ m și masă $m = 300$ g, așezat pe o masă netedă fără frecări. Datorită greutății bilei m_0, lanțul începe să alunece pe masă (fără viteză inițială). Ce viteză va avea lanțul când părăsește masa? (Să se aplice considerații energetice.) Se va lua $g = 9{,}8$ N/kg.

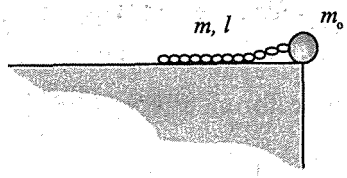


Fig. E.130

E.131 (*Dolj, 1997*). În sistemul din figura E.131 se cunosc $\alpha = 30°$, $m_1 = m_2 = 2$ kg, constanta elastică a resortului ideal $k = 200$ N/m; forța de frecare la alunecare a corpului m_1 pe planul înclinat reprezintă $f = 10\%$ din greutatea sa.

a) Determinați alungirea resortului Δl când sistemul este în echilibru;

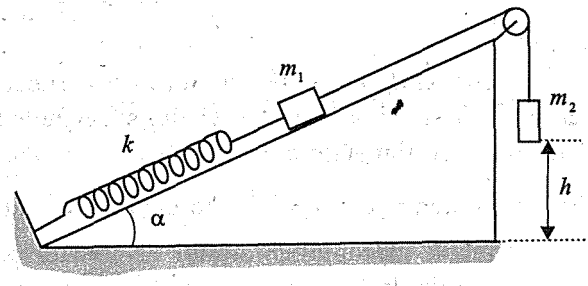


Fig. E.131

b) Se desprinde resortul de corpul m_1 în momentul în care corpul m_2 se află la înălțimea $h = 80$ cm față de sol. Să se afle lucrul mecanic al forței de frecare și variațiile energiilor potențiale ale celor două corpuri până când corpul m_2 atinge solul;

c) Ce viteză au cele două corpuri în momentul în care corpul m_2 atinge solul? Scripetele este considerat ideal și $g = 10$ N/kg.

E.132 (*Mehedinți, 1994*). Se lasă să alunece un corp cu masa $m = 100$ kg, pe un plan înclinat de la înălțimea $h = 4$ m și având un unghi $\alpha = 30°$. La baza planului înclinat corpul are viteza $v = 8$ m/s. Să se demonstreze că există frecare și, dacă există, să se calculeze forța de frecare. Energia cinetică a corpului de masă m ce se mișcă cu viteza v este dată de formula $E_c = \frac{mv^2}{2}$.

E.133 (*Iași, 1995*). Un corp de masă $m = 2$ kg pornește din A în jos pe un plan înclinat sub unghiul $\alpha = 30°$ față de orizontală cu o viteză $v_0 = 7$ m/s. Alunecarea are loc fără frecare pe porțiunea AB de lungime $l = 20$ m a planului înclinat (fig. E. 133) și continuă cu frecare pe planul orizontal BC de lungime $d_1 = 50$ m, forța de frecare constituind $f = 10\%$ din forța de apăsare normală a corpului pe plan. În punctul C corpul pătrunde într-un mediu rezistent și se oprește în punctul D străbătând o distanță $d_2 = 3$ m. Să se afle:

a) energia mecanică a corpului în poziția A considerând ca reper nivelul porțiunii orizontale;

b) viteza cu care ajunge corpul în punctul B;

c) forța de rezistență ce acționează pe porțiunea CD.

Notă: energia cinetică a corpului de masă m ce se mișcă cu viteza v este dată de formula $E_c = \frac{mv^2}{2}$; $g = 9{,}8$ N/kg.

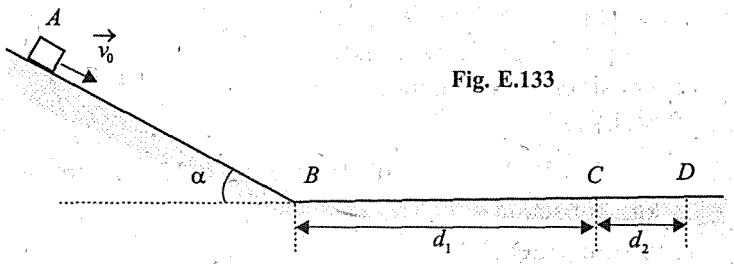


Fig. E.133

E.134 (*Galați, 1991*). Un corp este aruncat de la baza unui plan înclinat cu $v_0 = 10$ m/s de-a lungul planului și revine cu $v = 5$ m/s. Știind că înălțimea planului este jumătate din lungimea sa, că masa corpului este $m = 4$ kg și că energia cinetică a corpului este dată de formula $E_c = \frac{mv^2}{2}$, să se calculeze:

a) lucrul mecanic al forțelor de frecare pe tot parcursul;

b) înălțimea la care urcă corpul pe planul înclinat;

c) forța de frecare.

E.135 (*Cluj, 1995*). Între două plane înclinate foarte lungi se află o porțiune orizontală BC de lungime $l_0 = 10$ m. Un corp poate luneca fără frecare pe pantele înclinate și cu frecare pe planul orizontal. Forța de frecare pe porțiunea BC reprezintă $f = 10\%$ din greutatea corpului. Viteza inițială este $v_0 = 8$ m/s și $h_0 = 1{,}8$ m, conform figurii E.135. Știind că expresia energiei cinetice a unui corp de masă m care se deplasează cu viteza v este $E_c = \frac{mv^2}{2}$, se cer:

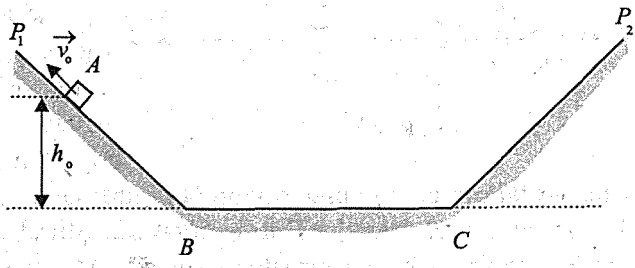


Fig. E. 135

a) viteza corpului în B;

b) înălțimea maximă la care ajunge corpul pe planul P_1 la prima revenire pe acest plan;

c) de câte ori trece corpul pe planul BC și unde se oprește în final?

Se dă: $g = 10$ N/kg.

E.136 (*Mehedinți, 1996*). Ce viteză trebuie să aibă un mobil în punctul A astfel încât să poată ajunge la aceeași înălțime h pe al doilea plan înclinat (fig. E.136)? Deplasarea mobilului se face:

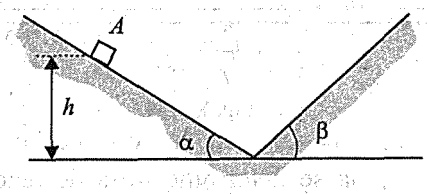


Fig. E 136

a) cu frecare;

b) fără frecare.

Aplicație: $h = 2{,}34$ m; $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $\mu = 0{,}2$ (pentru cazul a).

E.137 (*Mehedinți, 1994*). Un corp alunecă fără frecare pe o pantă AB. Punctele A și B se află la înălțimile $h_1 = 1{,}3$ m și $h_2 = 0{,}3$ m față de orizontală. În B pista se întrerupe făcând unghiul $\alpha = 45^\circ$ cu orizontala. Se cer:

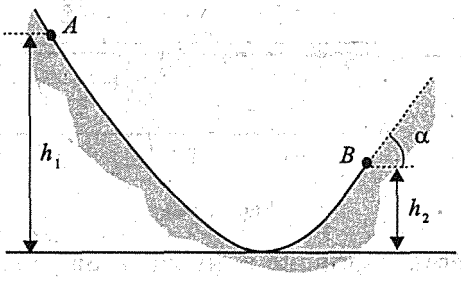


Fig. E. 137

a) viteza corpului în momentul când părăsește pista;

b) înălțimea maximă la care ajunge corpul după părăsirea pistei.

Notă: energia cinetică a corpului de masă m este dată de formula $E_c = \frac{mv^2}{2}$, unde v este viteza corpului.

Fig. E. 138

E.138 (*Constanța, 1995*). De o bară orizontală cu masă neglijabilă se leagă două corpuri cu masele $m_1 = 4$ kg și $m_2 = 1$ kg, conform figurii E.137. Bara se poate roti fără frecare în plan orizontal în jurul punctului O, situat la distanțele $L = 2$ m de corpul 1 și $l = 3$ m de corpul 2. Știind că între aceste distanțe și vitezele corpurilor există următoarea legătură $v_1/v_2 = L/l$, să se calculeze:

a) vitezele corpurilor pentru bara în poziție verticală;

b) vitezele corpurilor pentru o poziție în care bara face unghiul $\alpha = 30°$ cu verticala;

c) vitezele corpurilor pentru bara în poziție verticală dacă $l = 0$.

4. Echilibrul mecanic al solidului

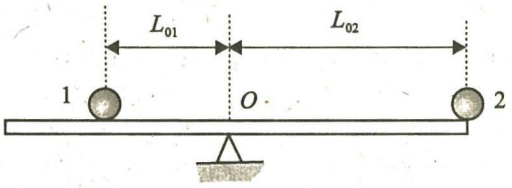


Fig. E. 139

E.139 (*Vâlcea, 1991*). Pe o scândură omogenă cu greutatea $G = 420$ N, sprijinită la mijloc pe un suport, se află două corpuri (1 și 2) cu greutățile $G_1 = 100$ N și respectiv $G_2 = 50$ N, așa cum indică desenul din figura E. 139, sistemul fiind în echilibru.

a) Să se determine forța de reacție a suportului asupra scândurii;

b) Corpul 1 pleacă spre mijlocul scândurii, cu viteza constantă $v_1 = 2$ m/s. Cu ce viteză trebuie să se deplaseze corpul 2 pentru ca scândura să rămână în poziție orizontală? Cunoscând $L_{01} = 2$ m, să se determine L_{02}.

c) Cât timp se va menține echilibrul scândurii?

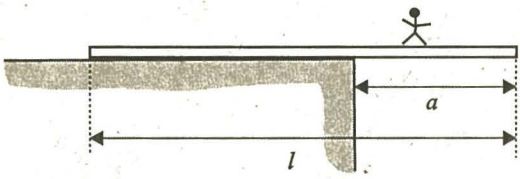


Fig. E. 140

E.140 (*Dolj, 1995*). O grindă omogenă se sprijină pe marginea unui zid înalt. Un acrobat păşeşte pe grindă spre capătul ei liber. Se cunosc: masa grinzii M, masa acrobatului m, lungimea grinzii l, lungimea părții nesprijinite a grinzii a. Să se calculeze:

a) până la ce distanță minimă se poate apropia acrobatul de capătul liber al grinzii, fără ca grinda să se răstoarne;

b) ce masă maximă poate avea acrobatul pentru a merge până la capătul liber al grinzii, fără ca aceasta să se răstoarne;

c) cât poate fi lungimea maximă a porțiunii nesprijinite a grinzii pentru ca grinda să nu se răstoarne (în condițiile de la punctul b).

E.141 (*Neamț, 1993*). Pârghia unei balanțe are brațele neegale. Dacă așezăm un obiect pe talerul din stânga, el este echilibrat de o forță $F_1 = 36 \cdot 10^{-2}$ N, iar dacă-l punem pe cel din dreapta – este echilibrat de o forță $F_2 = 39 \cdot 10^{-2}$ N. Care este greutatea acestui obiect? Ce eroare facem dacă luăm ca greutate media aritmetică între cele două valori determinate?

E.142 (*Gorj, 1994*). Dintr-o scândură de lungime $L = 4{,}5$ m se improvizează de către cinci copii un balansoar. Scândura se echilibrează dacă trei copii stau la un capăt al ei, iar ceilalți doi la celălalt capăt, punctul de sprijin aflându-se la $d = 1{,}5$ m de cei trei copii. Știind că cei trei copii cântăresc împreună $G = 1400$ N, aflați greutatea celorlalți doi copii separat, dacă atunci când pleacă unul scândura se echilibrează prin deplasarea punctului de sprijin cu $\Delta d = 0{,}5$ m spre cei trei copii. Se va neglija greutatea scândurii.

E.143 (*Neamț, 1995*). O grindă omogenă *AB*, de masă *m* și lungime *L* este menținută în poziție orizontală cu ajutorul a două role cilindrice *C* și *D* cu axele orizontale, distanța dintre ele, măsurată pe orizontală, fiind *l* (fig. E.143). Fiecare dintre cele două role este capabilă să reziste la o forță de apăsare din partea grinzii cu valoarea maximă F_0. Să se determine:

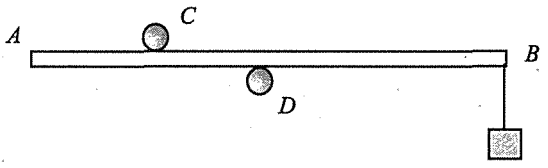


Fig. E. 143

a) poziția pe care trebuie să o aibă grinda astfel încât corpul adăugat la capătul *B* să aibă masa maximă;

b) valoarea maximă pe care o poate avea masa corpului suspendat la capătul *B* al a grinzii.

E.144 (*Sibiu, 1995*). Se consideră sistemul din figura E. 144, în care $m = 1$ kg, $M = 0{,}5$ kg, $AB = l = 1$ m, $v = 5$ cm/s, $AD = DE$. Se cer:

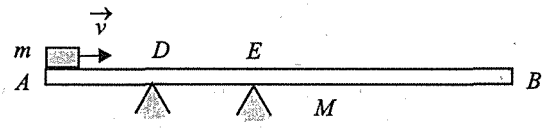


Fig. E. 144

a) valoarea lui *AD* astfel încât la $t_0 = 0$, când *m* se află în *A*, pârghia *AB* să fie în echilibru prin îndepărtarea reazemului *E*;

b) de la ce moment după plecarea lui *m* din *A*, pârghia nu va mai fi în echilibru orizontal;

c) valorile reacțiunilor din *D* și *E*, când *m* trece prin dreptul reazemului *D*. Se va lua $g = 10$ N/kg.

E.145 (*Dolj, 1993*). O pârghie cotită, omogenă, confecționată din același material, are laturile rigidizate în unghi drept. Masa totală a pârghiei este *m*, iar laturile ei sunt de lungime *a* și *b*. La capetele pârghiei se sudează corpurile

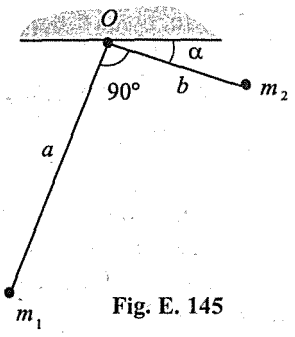


Fig. E. 145

de mase m_1 şi respectiv m_2. (fig. E.145). Ştiind că $a = 2b$, $m_1 = 4m$, $m_2 = 8{,}5m$, să se determine valoarea unghiului α pentru poziţia de echilibru în câmp gravitaţional, când pârghia este suspendată în O.

E.146 (*Vâlcea, 1996*). Un capăt al unei tije rigide, cu lungimea L şi masă neglijabilă, este prins într-o articulaţie mobilă fără frecare; la celălalt capăt al tijei este fixat un vas paralelipipedic, cu baza un pătrat având lungimea laturii a (fig. E.146).

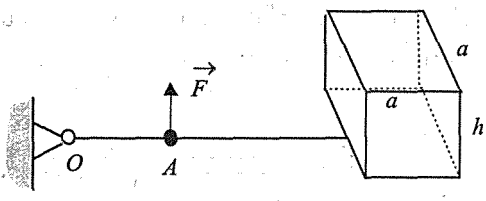


Fig. E. 146

a) Să se determine valoarea forţei F, cu punctul de aplicaţie în A (la distanţa d faţă de articulaţia mobilă O) pentru care tija rămâne orizontală, greutatea vasului gol fiind G_0.

b) În vas se introduce apă (cu densitatea ρ) în aşa fel încât nivelul apei urcă uniform cu viteza v. Cum trebuie să varieze în timp modulul forţei F (păstrându-şi punctul de aplicaţie şi direcţia) astfel încât tija să rămână orizontală?

c) Să se traseze graficul dependenţei $F = f(t)$, ştiind că înălţimea vasului este h. Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională.

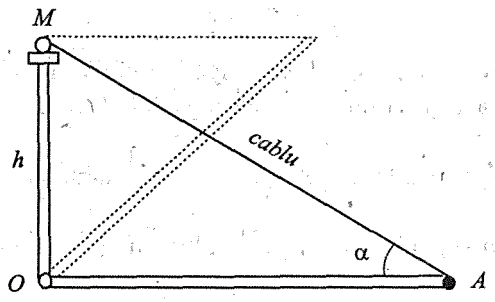


Fig. E. 147

E.147 (*Bucureşti, 1995*). Un pod basculant, de lungime l, este ridicat cu ajutorul unui motor (M), plasat la înălţimea h (ca în figura E. 147), care-l trage cu un cablu până când capătul A al podului ajunge la înălţimea h. Calculaţi raportul forţelor din cablu (F_1/F_2) în cele două poziţii.

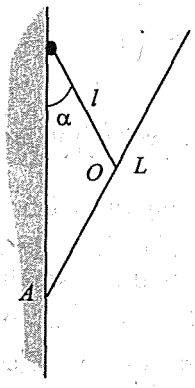


Fig. E.148

E.148 (*Constanţa, 1996*). Un tablou, având masa $m = 5$ kg, este prins de un perete vertical chiar în centrul său de greutate cu ajutorul unui fir de lungime $l = 1$ m, care formează cu peretele unghiul $\alpha = 30°$. Tabloul are lungimea $L = 1{,}2$ m; partea de jos a lui se sprijină liber pe acelaşi perete. Ce valoare are coeficientul de frecare dintre tablou şi perete? Ce forţă acţionează asupra peretelui în punctul de susţinere? Se cunoaşte $g = 10$ N/kg.

E.149 (*Dolj, 1993*). Un cub omogen, cu latura a = 10 cm și masa m = 1 kg se află pe o suprafață orizontală (fig. E. 149). El se poate deplasa pe distanța a prin răsturnare sau prin alunecare, acționându-se cu forțele minime respective (F_1, respectiv F_2). Cunoscând coeficientul de frecare μ = 0,2 și accelerația gravitațională g = 10 N/kg, să se calculeze lucrul mecanic corespunzător celor două situații și să se compare. Discuție în funcție de μ (raportul dintre forța de frecare și cea de apăsare normală), Care este valoarea minimă F_1?

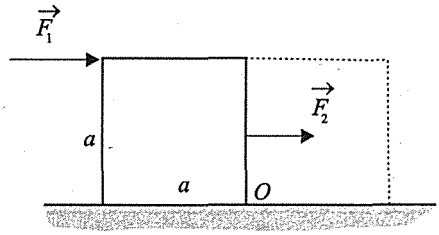


Fig. E. 149

E.150 (*Dolj, 1994*). Pentru a răsturna corpul paralelipipedic din figura E.150 în jurul unei muchii a bazei de jos, se acționează la mijlocul unei laturi a bazei de sus, perpendicular pe ea, cu o forță F, având valoarea minimă F_{min} = 10 N.

a) Care este greutatea G a corpului paralelipipedic, dacă el are dimensiunile $l \times l \times 2l$?

b) Care este valoarea minimă a energiei ce trebuie transmisă corpului (prin lucrul mecanic al forței F) pentru ca el să se poată răsturna, știind că l = 10 cm?

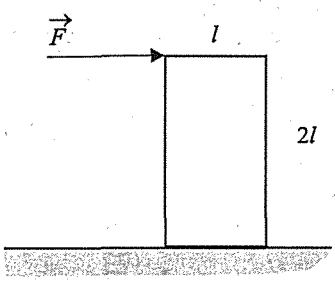


Fig. E. 150

E.151 (*Prahova, 1995*). Un cub de masă m este așezat pe un plan orizontal și acționat de o forță F ce formează un unghi α cu fața cubului (fig. E. 151). Se știe că forța de frecare la alunecare dintre cub și plan este proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața planului, coeficientul de proporționalitate fiind m. Să se reprezinte grafic dependența $\frac{F}{mg} = f(\mu)$ și să se determine zonele din planul ($\frac{F}{mg}$, μ) pentru care corpul dat este în echilibru.

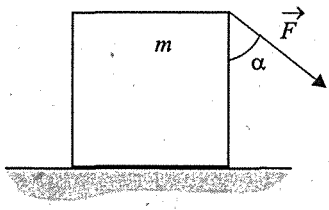


Fig. E. 151

E.152 (*Mehedinți, 1991*). Un corp așezat în poziție verticală este format din două cuburi, cu latura a = 10 cm fiecare și masele m_1 = 7,6 kg și m_2 = 2,4 kg, fixate între ele prin una din fețe. Să se determine:

a) forța minimă necesară răsturnării corpului dacă forța orizontală se exercită asupra muchiei superioare când cubul greu se află deasupra și când cubul greu se află dedesubt;

b) forța orizontală minimă de răsturnare, când suportul ei trece prin centrul de greutate, în aceleași două situații.

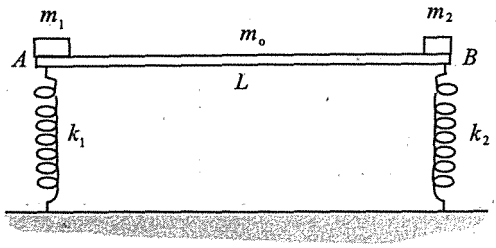


Fig. E. 153

E.153 (*Prahova, 1996*). O bară, de masă m_0 şi lungime L, este fixată pe două resorturi verticale, având aceeaşi lungime în stare nedeformată şi constantele de elasticitate k_1, respectiv k_2. În punctele A şi B se află două corpuri de mase m_1 şi m_2, bara fiind orizontală. La un moment dat cele două corpuri pornesc unul către celălalt cu viteze constante v_1 şi v_2.

a) Care este valoarea deformaţiei resorturilor la un moment dat, dacă bara rămâne orizontală?

b) Ce relaţie există între viteze, pentru ca bara să rămână orizontală?

c) Ce relaţie există între masele m_1, m_2 şi m_0, pentru ca bara să rămână orizontală?

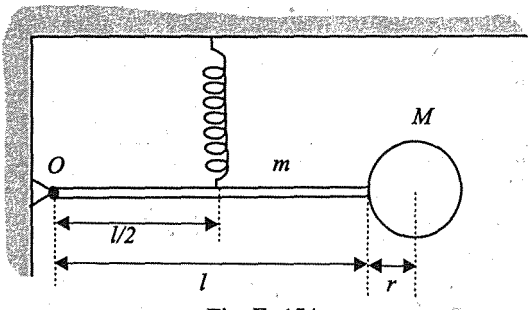


Fig. E. 154

E.154 (*Bucureşti, 1992*). Sistemul prezentat în figura E. 154 se află în echilibru. Se cunosc: masa $m = 1$ kg a tijei articulate în O, masa $M = 5$ kg a bilei, lungimea tijei $l = 1$ m, raza bilei $r = 20$ cm, iar $g = 10$ N/kg. Calculaţi modulul forţei elastice care ia naştere în resortul prins la mijlocul tijei.

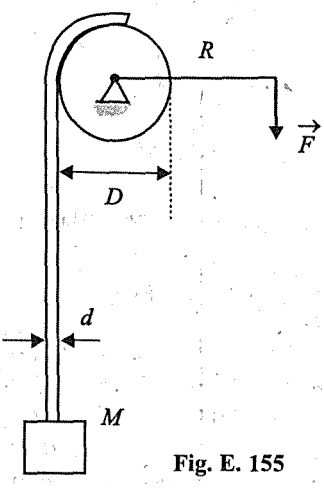


Fig. E. 155

E.155 (*Mehedinţi, 1994*). Un corp cu masa $M = 1000$ kg este ridicat prin intermediul unui cablu de lungime $l = 20$ m. Masa unităţii de lungime a cablului este $m_0 = 20$ kg/m. Dispozitivul de ridicare este format dintr-un cilindru cu diametrul $D = 20$ cm, pe care se înfăşoară cablul într-un singur strat şi este acţionat folosind manivela cu lungimea $R = 1$ m (fig. E.155). Diametrul cablului este $d = 2$ cm.

a) Între ce valori variază forţa cu care trebuie acţionată manivela pentru a ridica corpul? Se neglijează frecările.

b) Determinaţi lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea corpului la înălţimea $h = 20$ m.

E.156 (*Prahova, 1993*). O bară omogenă de masă m este articulată la un capăt, iar la celălalt se sprijină pe un cărucior (fig. E.156). Bara formează

unghiul α cu verticala. Între cărucior şi bară există frecare, forța de frecare reprezentând o fracțiune f din forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact. Determinați forța necesară deplasării uniforme a căruciorului spre stânga. Se neglijează frecările dintre roțile căruciorului şi suprafața orizontală.

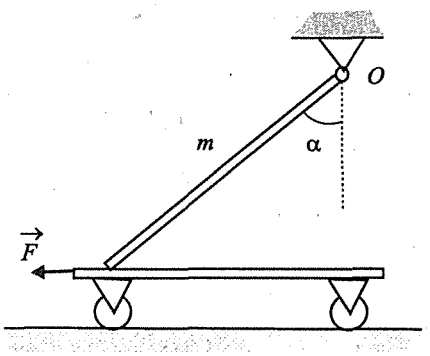


Fig. E. 156

E.157 (*Dolj, 1994*). Un disc omogen, de rază R şi masă m, se suspendă în modurile indicate în figura E.157: în centrul discului, cu ajutorul unei tije

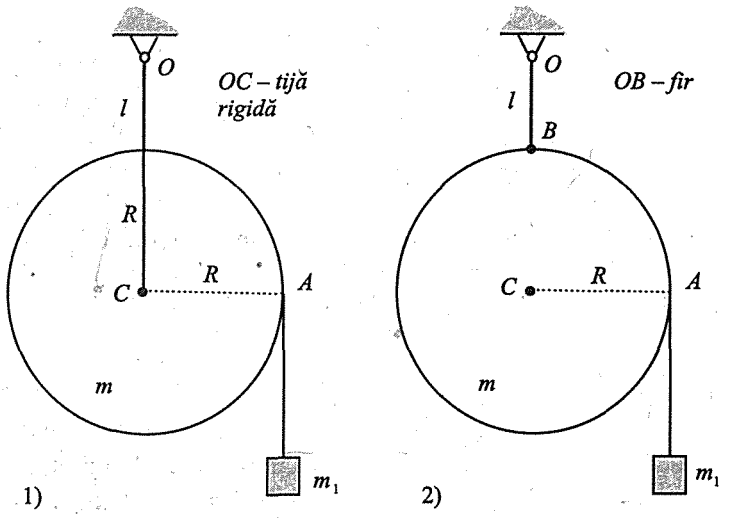


Fig. E. 157

rigide (de lungime $l + R$) şi de masă neglijabilă, legată rigid de disc şi articulată în O (cazul 1), respectiv, cu ajutorul unui fir de masă neglijabilă, fixat la periferia discului în B (cazul 2), de lungime l. În punctul A al discului, situat la capătul unui diametru inițial orizontal, se atârnă un corp de masă m_1.

a) Aflați poziția de echilibru a sistemului în cele două cazuri, cu ajutorul unor unghiuri adecvate, măsurate față de verticala ce trece prin articulația din O.

b) Aceeaşi întrebare pentru cazul în care corpul de masă m_1 se suspendă cu ajutorul unui cablu (fără masă) înfăşurat pe circumferința discului (celălalt capăt fiind fixat pe disc).

c) Cât este distanța de la centrul C al discului până la verticala ce trece prin centrul de greutate al sistemului în cele patru situații distincte de la punctele a) şi b)?

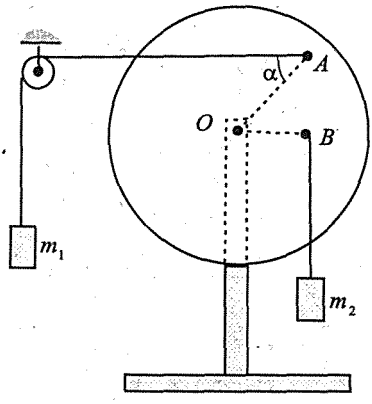


Fig. E. 158

E.158 (*Bucureşti, 1994*). Un disc circular omogen se poate roti liber fără frecări în jurul axului orizontal O. Iniţial discul este ţinut în poziţia din figura E. 158. Cunoscând $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 4$ kg, $OA = 20$ cm, $OB = 5$ cm, $\alpha = 30°$ şi $g = 10$ N/kg, stabiliţi:

a) În ce sens se va roti discul, când el este lăsat liber (orar sau antiorar)? Justificaţi.

b) Cum trebuie modificată masa corpului m_2, pentru ca discul să stea în echilibru în poziţia dată (fig. E.158)?

Scripetele este ideal, firele sunt inextensibile şi greutatea lor este neglijabilă.

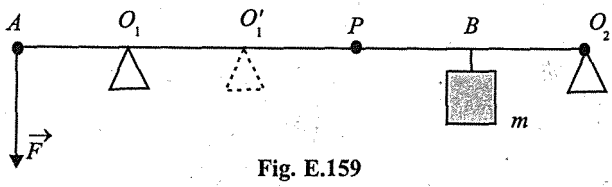


Fig. E.159

E.159 (*Mehedinţi, 1992*). Se dă (fig. E 159) sistemul de pârghii articulate în P, la care se cunosc: $AO_1 = O_1O_1' = O_1'P = PB = BO_2$; dimensiunile corpului m sunt $a = 5$ dm, $b = 2$ dm, $c = 0{,}6$ dm, iar densitatea $\rho = 500$ kg/m^3. Calculaţi forţa necesară echilibrului sistemului aplicată în A, dacă punctul de sprijin se află:

a) în O_1;

b) în punctul O_1'.

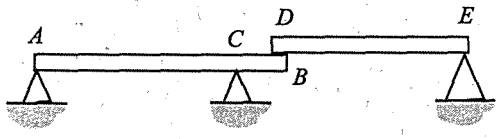


Fig. E. 160

E.160 (*Olt, 1994*). O scândură AB de lungime $l = 3$ m şi masă $m = 40$ kg se sprijină pe două reazeme A şi C (fig. E. 160). Reazemul A este situat la capătul scândurii, iar C la distanţa $d = 2{,}5$ m faţă de A. Pe capătul B al scândurii AB se sprijină capătul D al unei alte scânduri DE de masă $m' = 20$ kg, care, la rândul ei, se sprijină la celălalt capăt de un reazem E. Sistemul aflându-se în echilibru, se cere să se calculeze reacţiunile din reazemele A, C şi E ($g = 10$ N/kg).

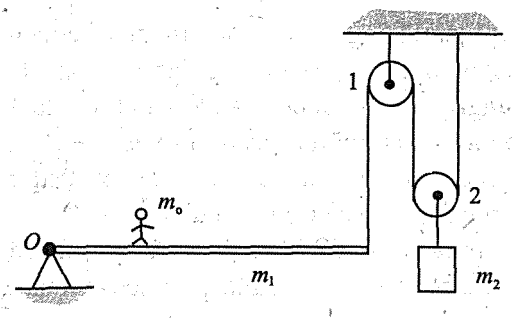


Fig. E. 161

E.161 (*Botoşani, 1995*). Un om de masă $m_0 = 50$ kg se deplasează pe o bară de masă $m_1 = 40$ kg şi lungime $l_0 = 2$ m (fig. E. 161), atârnată de scripeţii

1 și 2, de scripetele 2 fiind legat un corp de masă $m_2 = 120$ kg. La ce depărtare de la O se va afla omul în momentul realizării echilibrului?

E.162 (*București, 1997*). O grindă OA de lungime l și masă m_1, articulată în punctul O și cu capătul A suspendat de sistemul de scripeți ideali din figura E.162, este în echilibru. De scripetele 2 este suspendat un corp cu masa m_2 care se sprijină pe o suprafață orizontală. Știind că $m_2 = 3m_1$, aflați cu ce forță F_2 apasă corpul de masă m_2 pe suprafața de sprijin.

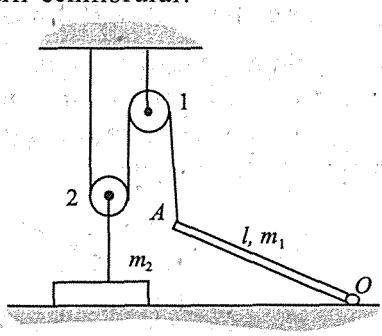


Fig. E. 162

E.163 (*Iași, 1994*). O bară OA de lungime $l = 4$ m și greutate $G_0 = 50$ N, articulată în O, la mijlocul căreia se află un corp de masă $m_1 = 10$ kg, este așezată orizontal. Se trage de scripetele S_2 (considerat ideal) cu o forță F.

a) Ce valoare are forța F ca bara să se ridice (se va lua $g = 10$ N/g)?

b) Când capătul A al barei a ajuns la înălțimea $h = 1$ m, corpul m_1 începe să alunece uniform pe bară. Să se calculeze forța de frecare dintre corp și bară.

c) Ce lucru mecanic s-a cheltuit pentru ridicarea barei?

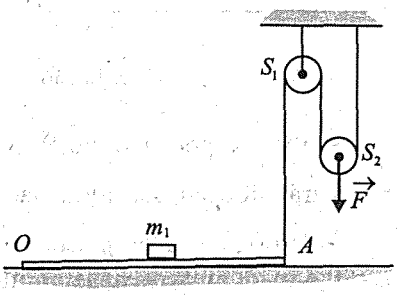


Fig. E. 163

E. 164 (*Galați, 1991*). Un stâlp este smuls din pământ cu ajutorul dispozitivului reprezentat în figura E.164 cu o forță $F = 800$ N. Știind că $AB = 2$ m și $BC = 0{,}5$ m, să se determine forța F_1 care smulge stâlpul și forța F_2 care apasă asupra reazemului.

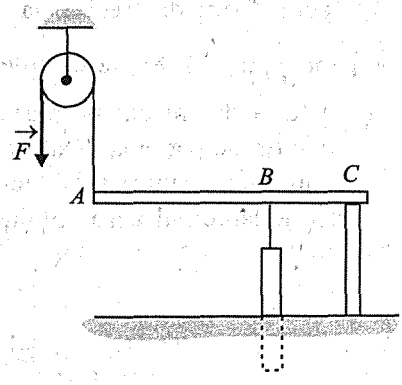


Fig. E. 164

E.165 (*Cluj, 1992*). Pe un plan înclinat, de înălțime $h = 1$ m și lungime $l = 2$ m, se află un corp de masă $m = 4$ kg, legat de o pârghie ce trece peste un scripete fix (fig. E.165).

a) Să se reprezinte toate forțele ce acționează în sistemul dat.

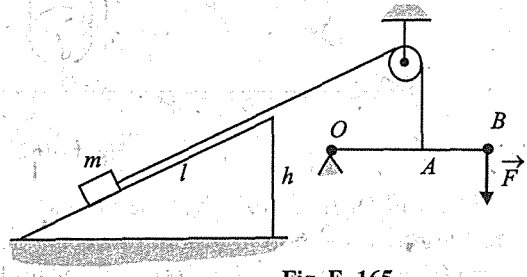


Fig. E. 165

b) Să se determine forța ce trebuie aplicată în punctul B pentru a deplasa uniform corpul spre vârful planului, dacă $OB = l$ și $AB = \frac{1}{5}l$.

c) Știind randamentul planului $\eta_1 = 80\%$ și al scripetelui $\eta_2 = 50\%$, să se determine noua forță ce trebuie aplicată în punctul B.

d) Care este valoarea forței de frecare ce acționează asupra corpului în timpul deplasării sale?

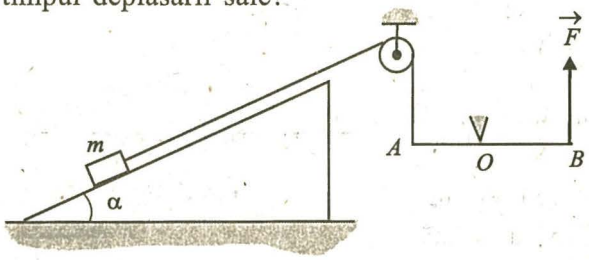


Fig. E. 166

E.166 (*Galați, 1994*). Pentru a urca uniform un corp cu masa $m = 30$ kg pe un plan înclinat, cu $\alpha = 30°$, se folosește un scripete fix cu randamentul $\eta_2 = 40\%$, asociat cu o pârghie cu randamentul $\eta_3 = 80\%$. Raportul brațelor este $\frac{OA}{OB} = \frac{2}{3}$ (fig. E.166). Să se afle forța F necesară ridicării corpului, dacă planul înclinat are randamentul $\eta_1 = 50\%$.

E.167 (*Iași, 1997*). Corpul de masă $m = 2$ kg este ridicat la înălțimea $h = 0{,}4$ m cu ajutorul ansamblului de mecanisme din figura E. 167. El parcurge pe plan $l = 6$ m; randamentul planului înclinat este $\eta_1 = 75\%$, cei doi scripeți ficși sunt lipsiți de frecări, iar pârghia are randamentul $\eta_2 = 94\%$, raportul brațelor $\frac{AO}{OB} = 4$. Să se calculeze:

a) forța de frecare pe planul înclinat;
b) forța activă F aplicată pârghiei;
c) lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat pentru întreg ansamblul;
d) randamentul ansamblului de mecanisme.

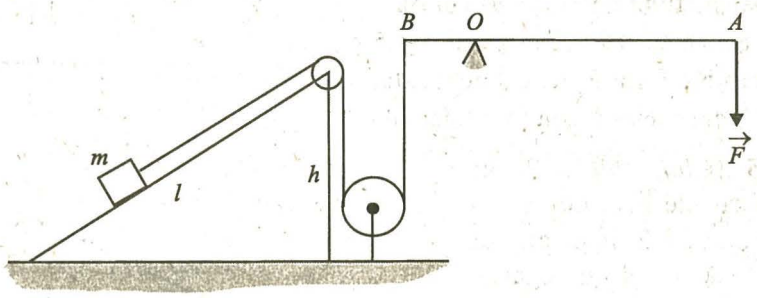


Fig. E. 167.

E. 168 (*Iași, 1996*). Se consideră sistemul din figura E. 168. Planul înclinat are lungimea $l = 60$ cm și înălțimea $h = 30$ cm. Pârghia este o riglă de lungime $L = 60$ cm, cu masa $M = 200$ g. Pe planul înclinat se află un corp de masă m.

a) Calculați masa corpului m, încât rigla să rămână orizontală. Se neglijează frecările.

b) Dacă greutatea corpului așezat pe planul înclinat este $G = 4$ N, unde poate fi așezat un corp, cu masa $M_1 = 100$ g, pe riglă, astfel ca aceasta să rămână orizontală. Se neglijează frecările.

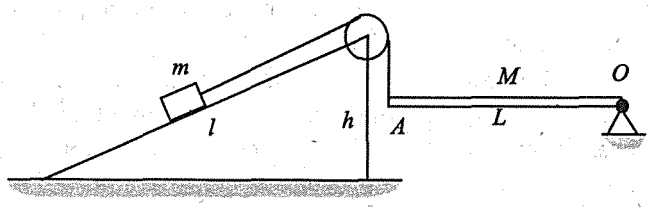


Fig. E.168

c) Dacă planul înclinat are randamentul $\eta = 75\%$, să se afle între ce limite poate fi luată masa corpului m, astfel ca sistemul considerat la cazul b) să rămână în echilibru.

Se va considera $g = 10$ N/kg.

E.169 (*Brașov, 1995*). Un corp de masă $m = 50$ kg este ridicat uniform pe un plan înclinat cu ajutorul sistemului reprezentat în figura E.169. Forța de frecare dintre corp și plan este $F_f = 300$ N, iar raportul brațelor la pârghie $\frac{OA}{OB} = \frac{l}{h} = 3$. Se cer:

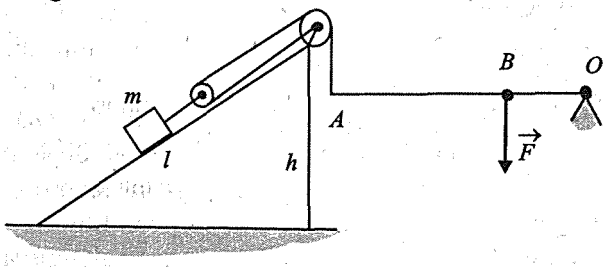


Fig. E.169

a) să se reprezinte forțele care acționează în sistem;

b) forța care acționează în punctul B;

c) randamentul planului;

d) dacă puterea dezvoltată este $P = 1{,}4$ kW, care a fost viteza de deplasare a corpului?

E.170 (*Dolj, 1997*). Sistemul din figura E.170 este alcătuit dintr-o pârghie omogenă cu lungimea $OA = L = 2$ m și masa $m_2 = 80$ kg, un scripete mobil cu randamentul $\eta = 80\%$, un scripete fix ideal și un plan înclinat cu $h = 1{,}5$ m și $l = 4$ m, pe care se află un corp cu

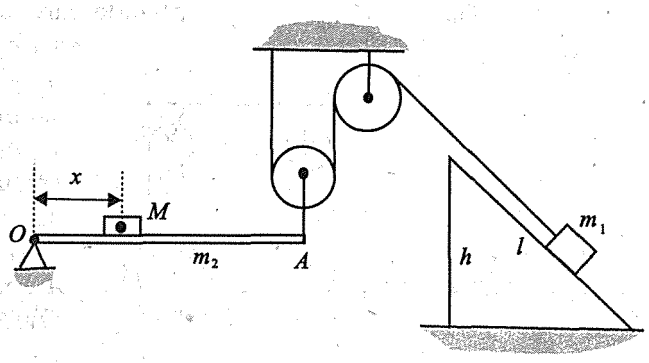


Fig. E. 170

masa $m_1 = 90$ kg. Forța de frecare la alunecare dintre corpul m_1 și planul înclinat este $F_f = 37{,}5$ N.

a) Care este randamentul planului înclinat la urcarea uniformă a corpului m_1?

b) La ce distanță minimă față de capătul O al pârghiei se poate așeza un corp de masă $M = 50$ kg astfel încât sistemul să rămână în echilibru? ($g = 10$ N/kg.)

E.171 (*Brașov, 1995*). Pe pârghia, de masă $m = 0{,}50$ kg și lungime $L = 1$ m, din figura E.171, pornește din O spre A un corp de masă $m_1 = 1$ kg cu viteza $v = 2$ cm/s. Se cunosc: masa bilei $m_2 = 0{,}05$ kg, $k = 100$ N/m și $g = 10$ N/kg. Să se traseze graficul $\Delta l = f(t)$. Se neglijează dimensiunile corpului m_1.

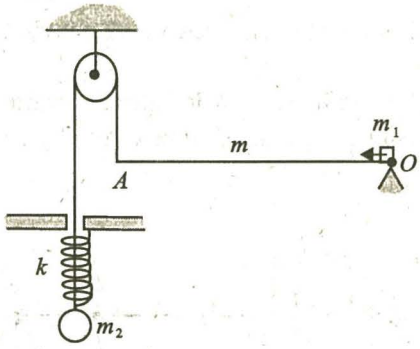


Fig. E. 171

E. 172 (*Constanța, 1995*). Se dă sistemul din figura E.172, în care se cunosc $\frac{OA}{OB} = 2{,}5$ și constanta elastică $k = 500$ N/m. Să se calculeze:

a) raportul G/F când sistemul se află în echilibru;

b) alungirea resortului dacă masa corpului atârnat de scripete este $m = 10$ kg. Se neglijează frecările și se consideră $g = 10$ N/kg.

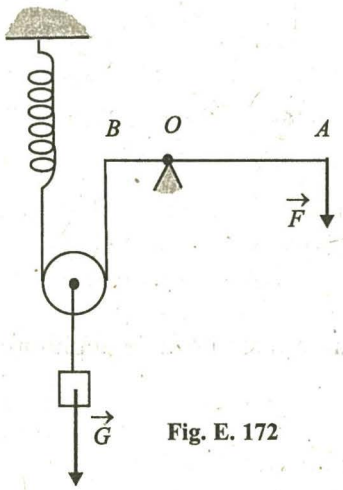


Fig. E. 172

E. 173 (*Cluj, 1993*). O scândură AB de lungime $l = 3$ m și masă $M = 2$ kg este așezată pe o masă ca în figura E.173. Cunoscând $m = 0{,}5$ kg, $k = 250$ N/m, $g = 10$ N/kg, să se determine:

a) deformația resortului;

b) forța care acționează în axul fiecărui scripete, presupus ideal;

c) forța care acționează asupra scândurii din partea suprafeței pe care este așezată, precum și poziția punctului său de aplicație;

d) dacă pe scândură urcă în A o pisică de masă $m_1 = 4$ kg, care începe să se deplaseze cu viteza $v = 0{,}5$ m/s spre capătul B, după cât timp de la pornirea

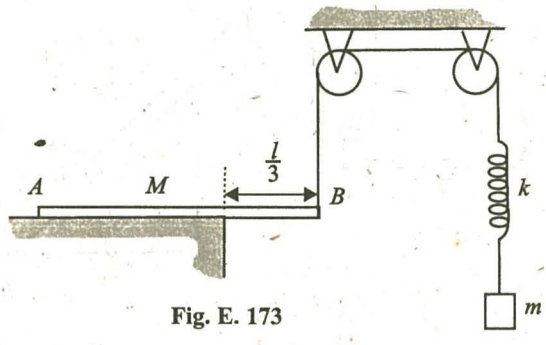


Fig. E. 173

pisicii se dezechilibrează scândura? Ce se întâmplă (cum se modifică) cu forța cu care acționează suprafața de sprijin asupra scândurii?

E. 174 (*Prahova, 1992*). O grindă $AB = l$ este articulată în punctul A, iar celălalt capăt este prins printr-un fir inextensibil ce trece peste un scripete fix, prin intermediul unui resort, de punctul fix M. Pentru ca grinda să rămână orizontală, să se calculeze:

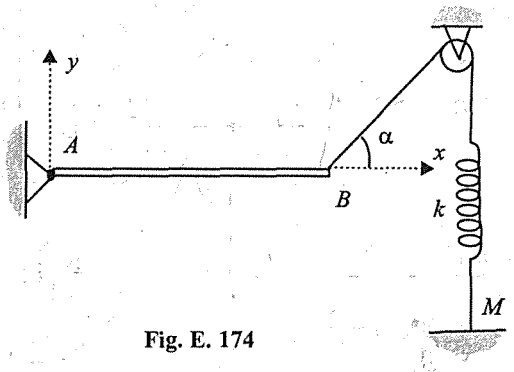


Fig. E. 174

a) alungirea resortului;

b) mărimea, direcția și sensul reacțiunii din articulația A. Se cunosc: greutatea grinzii $G = 150$ N, lungimea grinzii $l = 0{,}5$ m, constanta elastică a resortului $k = 10^4$ N/m, unghiul dintre firul ce leagă capătul B și orizontală $\alpha = 30^\circ$.

c) Presupunând că un cărucior de greutate $G_1 = 150$ N se poate deplasa suficient de lent pornind din punctul A spre B se cere alungirea resortului în momentul în care căruciorul se află la distanța x de la capătul A.

E.175 (*Constanța, 1991*). Despre resortul din figura E.175 se cunoaște faptul că atunci când agățăm de el un corp cu masa $m_0 = 5$ kg, lucrul mecanic efectuat pentru deformarea resortului este $L = 2{,}5$ J. Știind că $OM = \frac{r}{2}$, $ON = \frac{3r}{2}$ (r – raza discului), $\frac{O_1A_1}{O_1B_1} = \frac{1}{2}$, $\frac{O_2A_2}{B_2A_2} = \frac{2}{3}$, masa discului $m = 0{,}5$ kg, să se afle:

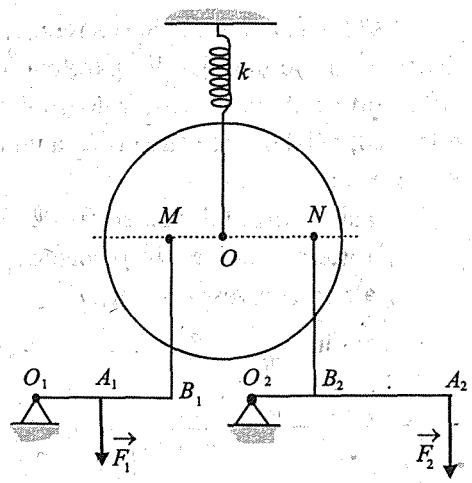


Fig. E. 175

a) raportul $\frac{F_1}{F_2}$ când discul este în echilibru;

b) alungirea resortului, dacă $F_1 = 60$ N.

Se dă $g = 10$ N/kg.

E.176 (*Brașov, 1991*). Când sistemul din figura E.176 este în echilibru, cele 2 pârghii sunt orizontale, iar resortul (1) este alungit cu $\Delta l_1 = 5$ cm. Resorturile (1) și (2) au aceeași constantă de elasticitate $k = 1\,000$ N/m, iar $CM = \frac{1}{2}CN$ și $OB = \frac{1}{5}OA$. Să se afle:

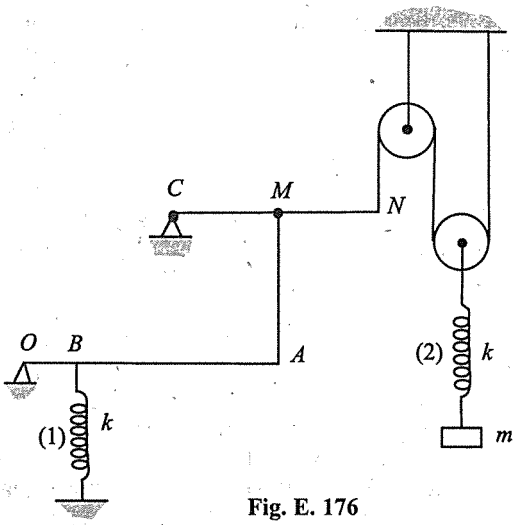


Fig. E. 176

a) alungirea resortului;

b) masa corpului suspendat de resortul (2).

E. 177 (*Suceava, 1994*). Se dă sistemul din figura E.177, în care se cunosc: masa corpului m = 1 kg lungimea planului înclinat l = 2 m, înălţimea h = 1 m, lungimea pârghiei L = 0,5 m, constanta elastică a resortului k = 1 000 N/m şi forţa de frecare între corp şi planul înclinat F_f = 1 N.

Să se calculeze:

a) distanţa de la punctul A la care trebuie fixat punctul de sprijin S, astfel încât forţa elastică să fie o cincime din forţa de greutate a corpului;

b) alungirea resortului la echilibrul sistemului.

E.178 (*Iaşi, 1995*). Scripetele, resorturile şi firele de legătură din figura E.178 au mase neglijabile; pârghia are masa m = 20 kg. Constantele elastice ale resorturilor au aceeaşi valoare k = 500 N/m. La echilibru, un resort este orizontal, celălalt face cu verticala un unghi $\alpha = 30°$, iar pârghia este orizontală. Să se afle:

a) masa corpului suspendat de scripete;

b) forţele elastice din resorturi;

c) alungirile resorturilor;

Se va lua g = 9,8 N/kg.

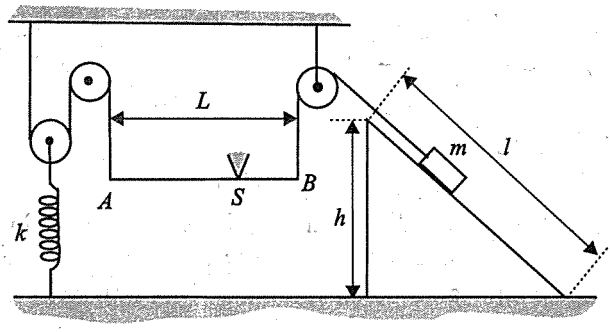


Fig. E. 177

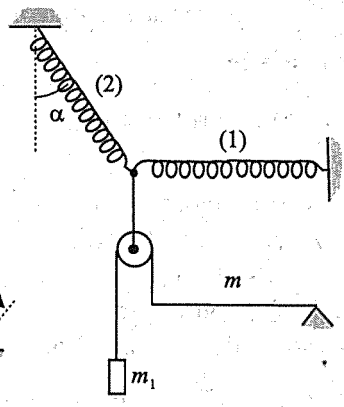


Fig. E. 178

E.179 (*Olt, 1994*). Un cilindru omogen cu raza $R = 30$ cm este sprijinit pe un plan înclinat cu o șipcă înaltă de $h = 6$ cm. (fig. E. 179). Pentru ce înclinare a planului (pentru ce unghi α) cilindrul trece peste șipcă?

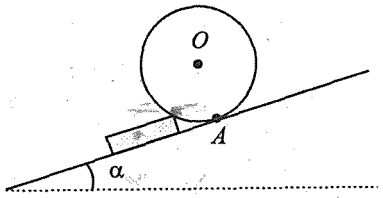
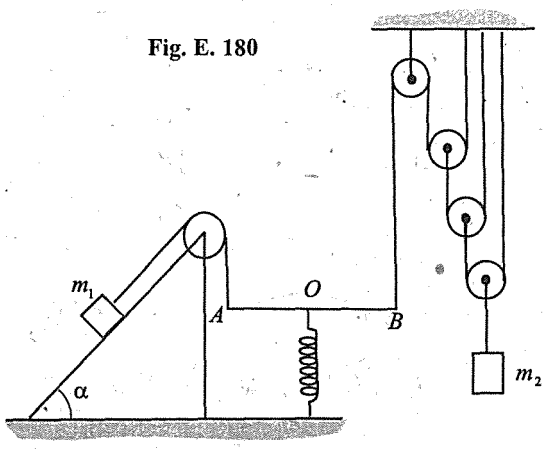


Fig. E. 179

E. 180 (*Mehedinți, 1997*). Se dă sistemul de mecanisme simple din figura E.180, în care planul înclinat are unghiul $\alpha = 45°$ și pe care se ridică, cu frecare, un corp de masă $m_1 = 5$ kg. Resortul elastic are constanta $k = 4$ kN/m, iar pârghia are cele două brațe egale.

Fig. E. 180



a) Să se calculeze masa m_2, astfel ca sistemul din figură să fie în echilibru.

b) Să se calculeze alungirea resortului în aceste condiții.

Se dau: $\mu = 0{,}2$, $g = 10$ N/kg, $\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

E.181(*Neamț, 1995*). Doi scripeți diferențiali identici, având raportul razelor celor doi tamburi $\frac{R}{r} = 2$, sunt agățați ca în figura E.181. Știind că $m_1 = 10$ kg și că randamentul sistemelor de scripeți este $\eta = 0{,}8$ în ambele sensuri, să se determine:

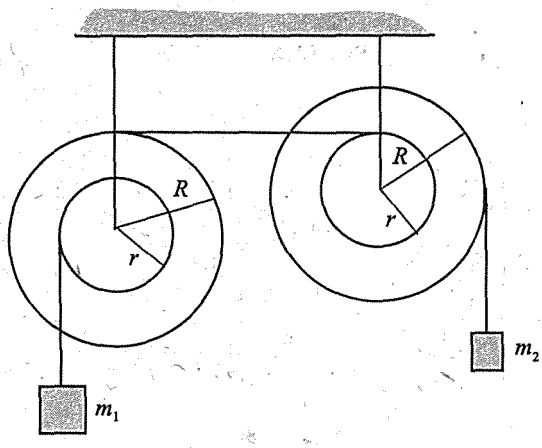


Fig. E. 181

a) masa m_2 astfel încât sistemul să se afle în echilibru;

b) forța cu care sistemul trage în jos de suport (sistemul se află în echilibru, iar masa scripeților se neglijează).

E.182 (*Dolj, 1996*). Considerând sistemul de mecanisme format din pârghii

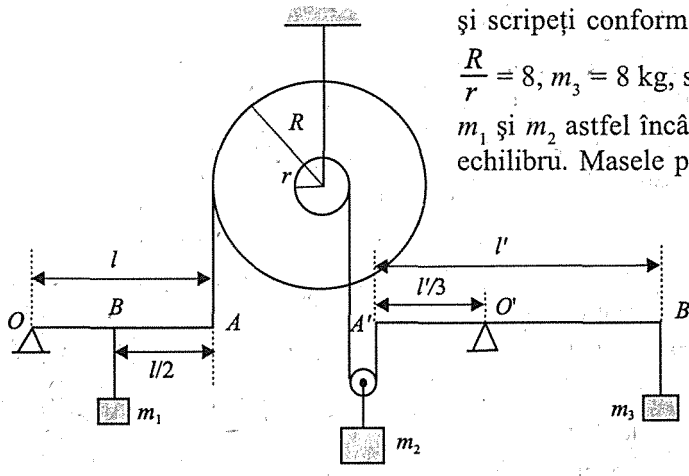


Fig. E. 182

şi scripeţi conform figurii E.182, în care $\frac{R}{r} = 8$, $m_3 = 8$ kg, să se determine masele m_1 şi m_2 astfel încât sistemul să se afle în echilibru. Masele pârghiilor şi a scripetelui mobil se vor neglija ($g = 10$ N/kg).

E.183 (*Mehedinţi, 1996*). Doi cilindrii solidari, coaxiali, au masele M şi respectiv m. Razele secţiunilor bazelor celor doi cilindri sunt R şi respectiv r. Se aşează cilindrii cu axa orizontală ca în figura E.183. Peste cilindrul de rază r este înfăşurat un fir la capătul căruia este suspendat un corp de masă m_1. Calculaţi unghiul planului cu orizontala (prin $\sin\alpha$) dacă sistemul se află în echilibru. Aplicaţie: $M = 15$ kg, $m = 5$ kg, $m_1 = 20$ kg, $r = 0{,}2$ m, $R = 0{,}4$ m.

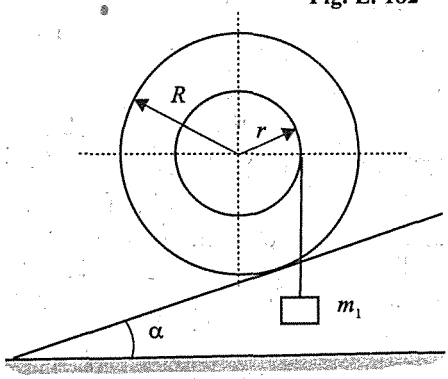


Fig. E. 183

E. 184 (*Dolj, 1997*). a) Un mosor de masă $m = 300$ g, rezemat de un perete ca în figura E.184 a, se află în echilibru fiind suspendat printr-un fir inextensibil, fără masă, care face un unghi $\alpha = 60°$ cu peretele. Ştiind coeficientul de frecare dintre mosor şi perete $\mu = 2/\sqrt{3}$, calculaţi tensiunea în fir (în acest punct se foloseşte numai echilibrul forţelor).

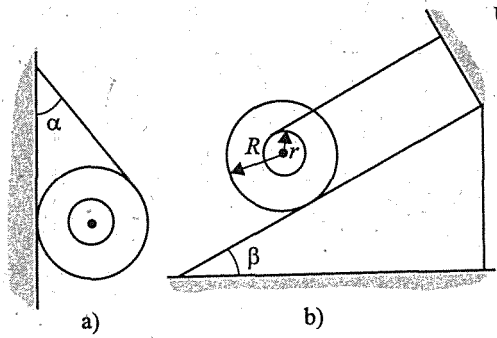


Fig. E. 184

b) Care trebuie să fie coeficientul minim de frecare la alunecare dintre mosor şi planul înclinat, pentru ca mosorul să stea în echilibru (fig. E.184, b) cunoscând: $\beta = 45°$, $r = 3$ cm, $R = 7$ cm (coeficientul de frecare este coeficientul de proporţionalitate dintre forţa de frecare şi forţa de apăsare normală, $F_f = \mu N$, iar $g = 10$ N/kg).

E.185 (*Iași, 1996*). Cablul din figura E.185 se înfășoară pe un tambur și se desfășoară de pe celălalt.

a) În ce sens (în raport cu sensul orar) trebuie rotită manivela pentru a ridica sarcina?

b) Cu cât se ridică sarcina dacă manivela descrie o tură?

c) Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de forța $\vec{G}$ în funcție de diametrele D și D' ale tamburilor.

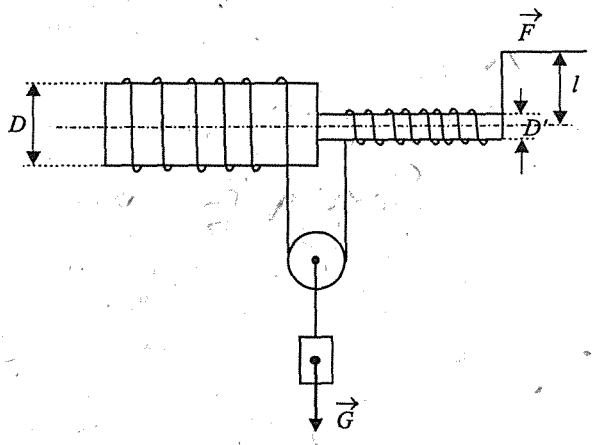


Fig. E. 185

d) Forța $\vec{F}$ este aplicată perpendicular pe brațul manivelei, care are lungimea l. Să se calculeze lucrul mecanic al forței F pentru o tură a manivelei. Se neglijează frecările. Să se găsească expresia lui F în funcție de toate datele. Lungimea cercului este dată de expresia $l = \pi D$, $\pi = 3{,}14$.

E.186 (*Constanța, 1996*). Un bloc, cu masa $m = 600$ kg, este tras cu o viteză constantă $v_0 = 10$ cm/s pe o platformă, înclinată la $\alpha = 30°$ față de orizontală, cu ajutorul sistemului din figura E.186. Să se determine:

a) forța F cu care trebuie acționat asupra roții, dacă raportul dintre raza roții R și raza axului r este $\frac{R}{r} = 5$, iar randamentul planului înclinat este $\eta = 60\%$;

b) puterea dezvoltată la urcarea corpului;

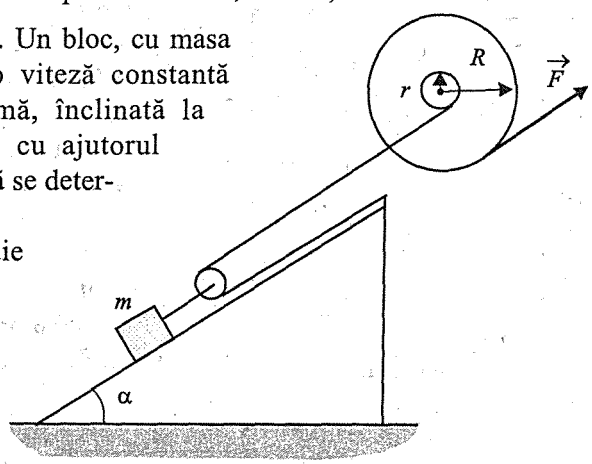


Fig. E. 186

c) când corpul ajunge la înălțimea $h = 4$ m pe planul înclinat, sfoara se rupe. Ce distanță s parcurge pe orizontală până la oprire, coeficientul de frecare pe orizontală fiind același ca și pe planul înclinat?

6. Mecanica fluidelor

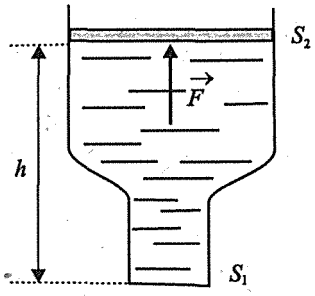


Fig. E.187

E.187 (*Chişinău, 1994*). Un vas cu apă are forma din figura E. 187. Aria fundului vasului este $S_1 = 100$ cm², aria pistonului $S_2 = 200$ cm², iar forţa cu care apa acţionează asupra pistonului $F = 100$ N. Care este forţa de presiune exercitată asupra fundului vasului dacă $h = 50$ cm? Se dau: $\rho = 1\,000$ kg/m³ şi $g = 10$ N/kg.

E.188 (*Chişinău, 1993*). Într-un vas cilindric s-au turnat mase egale de mercur şi apă, înălţimea totală a ambelor straturi de lichid fiind $h = 30$ cm. Să se determine presiunea lichidelor pe fundul vasului. Densitatea mercurului $\rho_1 = 13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³, densitatea apei $\rho_2 = 10^3$ kg/m³, $g = 10$ N/kg.

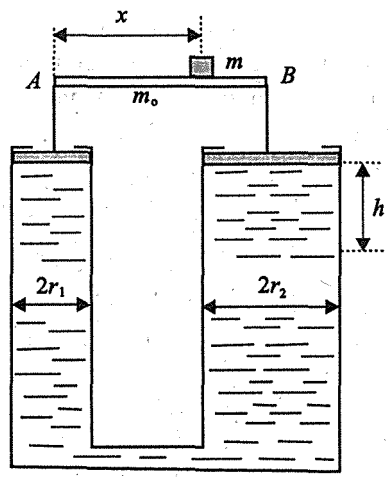


Fig. E. 189

E.189 (*Dolj, 1993*). Cele două vase din figura E. 189 conţin un lichid cu densitatea $\rho = 1{,}4 \cdot 10^3$ kg/m³. Razele secţiunilor circulare (interioare) ale celor două vase sunt $r_1 = 3$ cm şi respectiv $r_2 = 5$ cm. Pistoanele, de mase neglijabile, ce acoperă lichidul, se pot deplasa fără frecare. Se suspendă orizontal, pe pistoane, o bară AB de lungime $l = 0{,}6$ m şi de masă $m_0 = 1{,}4$ kg, iar pe bară se aşază un corp de masă $m = 2$ kg.

a) La ce distanţă (x) de la capătul A a fost aşezată masa m, dacă bara este orizontală?

b) Ce presiune se exercită în interiorul vasului, la distanţa $h = 0{,}2$ m de suprafaţa pistoanelor? Presiunea atmosferică este $p_0 = 10^5$ Pa. Se va lua $g = 10$ m/s².

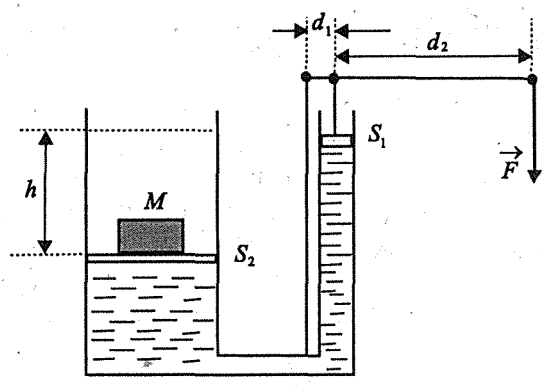


Fig. E. 190

E.190 (*Mehedinţi, 1997*). Cu ajutorul presei hidraulice din figura E.190 trebuie ridicat la înălţimea $h = 0{,}8$ m un corp de masă $M = 1{,}5$ t. Razele secţiunilor celor două pistoane sunt $r_1 = 5$ cm, $r_2 = 20$ cm. Pistonul mic se deplasează la o apăsare pe distanţa $l_1 = 10$ cm. Să se calculeze:

a) forța F cu care trebuie acționată pârghia pentru a produce deplasarea pistonului mic și deplasarea în sus a corpului M, dacă se dau: $d_1 = 6$ cm, $d_2 = 54$ cm;

b) numărul de apăsări N efectuate de pistonul mic pentru a deplasa corpul M pe distanța h;

c) lucrul mecanic efectuat, dacă $\eta = 85\%$;

d) puterea consumată, dacă operația se efectuează în timpul $t = 2$ min. Se va lua $g = 10$ N/kg.

E. 191 (*Mehedinți, 1991*). Un tub de lungime l, închis la capătul B (fig. E.191), având inițial în el aer la presiunea atmosferică p_0, este introdus cu capătul deschis A, la adâncimea h, într-un vas cu lichid de densitate ρ_0. Dacă lichidul pătrunde în tub pe o lungime x, determinați:

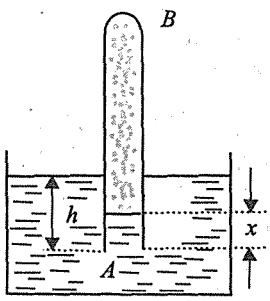


Fig. E. 191

a) presiunea aerului închis în tub;

b) densitatea aerului închis în tub (se cunosc: p, p_0, ρ_0, h, l, g și ρ_{aer} la presiunea p_0);

c) presupunând că tubul se fisurează la partea superioară, să se stabilească nivelul lichidului din tub;

d) a câta parte din masa aerului aflat inițial în tub iese în urma fisurării tubului? Poziția tubului față de vas rămâne neschimbată.

E.192 (*Chișinău, 1993*). O sferă din cupru, având în interiorul său o cavitate, este suspendată de un dinamometru. Când sfera se află în aer dinamometrul indică $F_1 = 3000$ N, iar dacă sfera este introdusă în apă indică $F_2 = 2000$ N. Determinați volumul cavității din sferă. Densitatea cuprului $\rho_1 = 8900$ kg/m^3, a apei $\rho_2 = 1000$ kg/m^3. Forța arhimedică din partea aerului se neglijează, $g = 9{,}8$ N/kg.

E.193 (*Prahova, 1994*). Masa unei bijuterii este egală cu m. Bijuteria este confecționată din aur cu incluziuni de argint. Cunoscând densitățile aurului ρ_1 și argintului, ρ_2, determinați cantitățile de aur și argint conținute, dacă la scufundarea completă într-un vas cu apă de secțiune S, nivelul lichidului se ridică cu h. Ce indică dinamometrul, de care este suspendată bijuteria, dacă ea se află în apă? Densitatea apei este ρ_0, bijuteria nu conține goluri închise.

E.194 (*Mehedinți, 1992*). Un resort, de constantă elastică $k = 125$ N/m și lungime în stare nedeformată $l_0 = 25$ cm este așezat, în poziție verticală, cu capătul de jos pe o masă orizontală. Dacă pe resort este plasat un corp de volum $V = 25$ cm^3, lungimea resortului devine egală cu $l = 24$ cm. Care va fi lungimea l' a acestui resort dacă capătul de sus al lui este fixat, iar de capătul de jos este suspendat același corp, cufundat în întregime în apă? Densitatea apei $\rho = 1000$ kg/m^3, iar $g = 10$ N/kg.

E.195 (*Mehedinți, 1991*). Un corp omogen din aluminiu este legat cu un fir, trecut peste un scripete fix, de un alt corp de masă $m = 1$ kg, aflat pe un plan înclinat neted, cu $l = 2$ m și $h = 1$ m. Corpul din aluminiu este complet scufundat într-un lichid cu densitatea $\rho = 700$ kg/m^3. Știind că în aceste condiții sistemul este în echilibru, se cere:

a) volumul corpului din aluminiu;

b) să se precizeze ce se întâmplă atunci când corpul de aluminiu este scos din lichid;

c) ce masă ar trebui prinsă de corpul de pe planul înclinat pentru ca sistemul, în condițiile de la punctul b), să rămână în echilibru. Densitatea aluminiului este $\rho = 2700$ kg/m^3.

E.196 (*Mehedinți, 1992*). Într-un vas cu alcool se scufundă o piesă de cupru cu volumul $V = 857{,}3$ cm^3, legată cu un fir de capătul unei pârghii imponderabile AB, de lungime $l = 90$ cm, ce are punctul de sprijin la cealaltă extremitate B. Să se calculeze ce masă trebuie să aibă un corp legat de un fir (fig. E.196), fixat la $d = 40$ cm de capătul unde se află legată piesa din cupru și trecut peste un scripete fix cu randamentul $\eta = 80\%$, pentru ca pârghia să stea în echilibru. Se dau densitățile: cuprului $\rho = 8900$ kg/m^3, alcoolului $\rho_0 = 800$ kg/m^3, iar $g = 10$ N/kg.

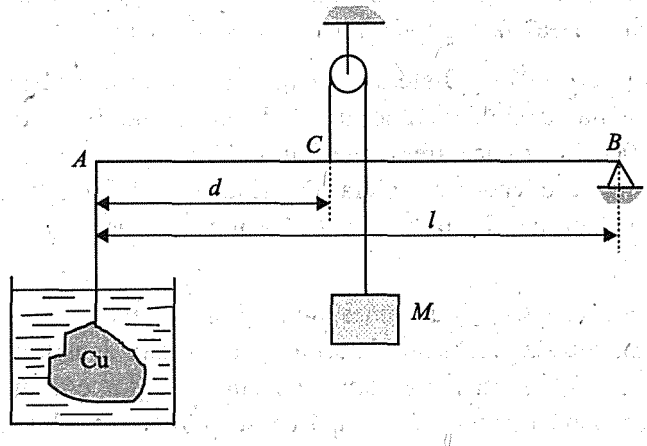


Fig. E. 196

SOLUȚIILE PROBLEMELOR CU NUMĂR IMPAR

1. Mișcarea mecanică a corpurilor

S.1. a) În prima etapă (0 – 2 s) care a durat $\Delta t_1 = 2$ s viteza mobilului (vezi fig. E.1) este $v_1 = 1$ m/s și distanța parcursă $d_1 = v_1 \Delta t_1 = 2$ m. În etapa a doua (2 – 4s) mărimile respective sunt: $\Delta t_2 = 2$ s, $v_2 = 3$ m/s și $d_2 = 6$ m. În cea de a treia etapă (4 – 5 s) ce a durat $\Delta t_3 = 1$ s mobilul s-a aflat în repaus: $d_3 = 0$. În ultima etapă (5 – 8 s) de durată $\Delta t_4 = 3$s mobilul s-a deplasat în sens opus mișcării sale inițiale cu viteza $|v_4| = 2$ m/s și a parcurs distanța $|d_4| = |v_4| \Delta t_4 = 6$ m.

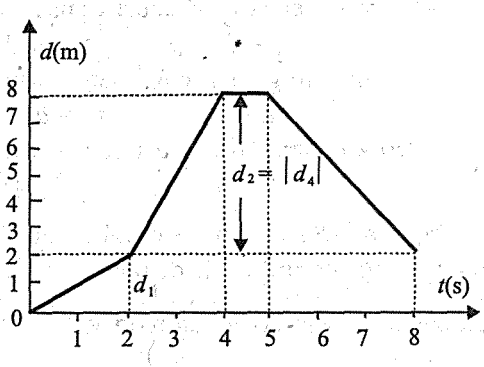


Fig. S.1

Prin urmare, în momentul 2 s mobilul se află la distanța $d_1 = 2$ m de la reper, în momentul 4s – la distanța $d_1 + d_2 = 8$ m, în momentul 5s – la aceeași distanță $d_1 + d_2 = 8$m și în momentul 8 s – la distanța $d_1 + d_2 - |d_4| = 2$ m. Graficul respectiv este reprezentat în figura S.1.

b) Lungimea drumului parcurs $s = d_1 + d_2 + |d_4| = 14$ m, iar deplasarea $d = d_1 + d_2 - |d_4| = 2$ m.

c) Viteza medie a mobilului pe toată durata, adică în intervalul de timp $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 = 8$ s este $v_{med} = \dfrac{d}{\Delta t} = 0{,}25$ m/s.

S.3. Vitezele automobilelor sunt $v_1 = 16{,}67$ m/s și $v_2 = 13{,}89$ m/s. Până la începutul buclei ele parcurg distanțele $A_1B_1 = v_1 t = 166{,}7$ m și $A_2B_2 = v_2 t = 138{,}9$ m. Reprezentăm în figura S.3 traiectoriile celor două automobile. Calculăm intervalele de timp necesare fiecărui automobil pentru a parcurge bucla respectivă: $t_1 = \dfrac{\pi r_1}{v_1} = 9{,}42$ s și $t_2 = \dfrac{\pi r_2}{v_2} = 9{,}04$ s. După realizarea buclei fiecare

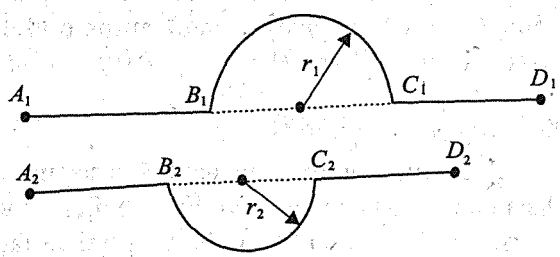


Fig. S.3

automobil se mişcă uniform şi rectiliniu în intervalul de timp respectiv: $t_1' = \tau - (t + t_1)$ şi $t_2' = \tau - (t + t_2)$. Ele parcurg în aceste intervale distanţele: $C_1D_1 = v_1t_1' = 176{,}4$ m şi $C_2D_2 = v_2t_2' = 152{,}2$ m. Distanţele automobilelor faţă de start sunt egale: $d_1 = A_1B_1 + 2r_1 + C_1D_1 = 443{,}1$ m şi $d_2 = A_2B_2 + 2r_2 + C_2D_2 = 371{,}1$ m.

S.5. În timpul t copiii parcurg distanţele $s_1 = v_1t$ şi $s_2 = v_2t$. Considerăm cele patru cazuri posibile de orientare ale vitezelor copiilor:

– unul în întâmpinarea celuilalt; distanţa dintre copii devine:

$$d_1 = d - (s_1 + s_2) = d - (v_1 + v_2)\,t = 960 \text{ m};$$

– copiii pleacă în sensuri opuse, îndepărtându-se unul de altul:

$$d_2 = d + (s_1 + s_2) = d + (v_1 + v_2)t = 2040 \text{ m};$$

– copiii merg în acelaşi sens, primul spre al doilea:

$$d_3 = d + s_2 - s_1 = d + (v_2 - v_1)t = 1680 \text{ m};$$

– copiii merg în acelaşi sens, al doilea spre primul:

$$d_4 = d + s_1 - s_2 = d + (v_1 - v_2)t = 1320 \text{ m}.$$

S.7. a) Determinăm timpul t_1 după care se întâlnesc primele două automobile din condiţia că distanţa dintre oraşe este egală cu suma distanţelor parcurse de cele două automobile: $d = v_1t_1 + v_2t_1$, de unde $t_1 = \dfrac{d}{v_1 + v_2} = 2$ h.

Analizăm întâlnirea celui de al treilea automobil cu cel plecat din oraşul B. Durata mişcării automobilului al treilea este t_B, iar a celui de al doilea $(t_1 + t_B)$, suma distanţelor parcurse de ele în aceşti timpi fiind egală cu d. Avem $v_3t_B + v_2\,(t_1 + t_B) = d$, de unde $t_B = \dfrac{d - v_2t_1}{v_3 + v_2} = \dfrac{4}{7}$h $= 0{,}59$h.

Cercetăm întâlnirea celui de al treilea automobil cu primul, plecat din oraşul A. Durata mişcării automobilului al treilea este t_A, a primului $(t_1 + t_A)$, automobilele parcurgând distanţe egale: $v_3t_A = v_1(t_1 + t_A)$, de unde $t_A = \dfrac{v_1t_1}{v_3 - v_1}$ h $=$ $= 1{,}60$ h.

b) Notăm cu t' timpul mişcării automobilului al treilea în cazul în care el ajunge în B simultan cu automobilul pornit din A, timpul mişcării acestuia fiind $(t' + t_1)$. În aceşti timpi automobilele parcurg distanţe egale cu d. Avem $d = v_3't'$ şi $d = v_1(t_1 + t')$, de unde exprimăm viteza căutată $v_3' = \dfrac{v_1d}{d - v_1t_1} = 72$ km/h.

c) Cele trei automobile se întâlnesc simultan la distanţa v_1t_1 de punctul A, distanţă parcursă de automobilul al treilea cu viteza v_3' în timpul $(t_1 - \Delta t)$, unde Δt este întârzierea automobilului al treilea faţă de momentul plecării primelor două. Avem condiţia $v_3'(t_1 - \Delta t) = v_1t_1$, de unde $\Delta t = \dfrac{(v_3' - v_1)t_1}{v_3'} = \dfrac{8}{9}$h $= 0{,}89$h.

S.9. Reprezentăm în figura S. 9. situaţia descrisă în problemă, unde A şi

B sunt locurile de separare a porțiunilor de zgură – asfalt, iar C este punctul de întâlnire a cicliștilor, lungimea arcului BC fiind notată cu s. Primul ciclist parcurge porțiunea AC de lungime $(\pi R - s)$ cu viteza v_1 în timpul $t = \frac{\pi R - s}{v_1}$. Ciclistul al doilea parcurge distanța πR cu viteza v_2 în timpul $\frac{\pi R}{v_2}$ și distanța s cu viteza v_1 în timpul $\frac{s}{v_1}$, timpul total fiind

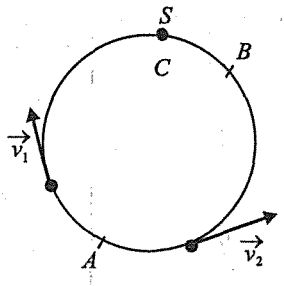


Fig. S. 9.

$t = \frac{\pi R}{v_2} + \frac{s}{v_1}$. Adunăm cele două expresii pentru timp: $2t = \frac{\pi R}{v_1} + \frac{\pi R}{v_2}$, de unde timpul căutat: $t = \frac{\pi R(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2} = 65{,}9$ s.

S.11. În primul caz timpul deplasării corpului pe distanța s este egal cu $t_1 = \frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2} = \frac{s(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}$. În cazul al doilea drumul parcurs este $s = v_1 \frac{t_2}{2} + v_2 \frac{t_2}{2}$, de unde timpul respectiv $t_2 = \frac{2s}{v_1 + v_2}$. Facem raportul $\frac{t_1}{t_2} = \frac{(v_1 + v_2)^2}{4v_1 v_2} = \frac{16}{15}$, adică $t_2 < t_1$.

S.13. Notăm drumul parcurs de tren cu s, iar vitezele lui pe cele două jumătăți de drum cu v_1 și v_2. În condițiile problemei $v_1 = nv_2$. Timpul în care trenul a parcurs prima jumătate de drum este $\frac{s}{2v_1} = \frac{s}{2nv_2}$, iar cel în care a parcurs jumătatea a doua $\frac{s}{2v_2}$. Timpul total al mișcării: $t = \frac{s}{2nv_2} + \frac{s}{2v_2} = \frac{(n+1)s}{2nv_2}$, deci viteza medie $v_m = \frac{s}{t} = \frac{2nv_2}{n+1}$, de unde $v_2 = \frac{(n+1)v_m}{2n} = 36$ km/h. Apoi $v_1 = nv_2 = 54$ km/h.

S.15. Evident, distanța parcursă de barcă față de malul râului din momentul observării pierderii colacului de salvare și până la recuperarea lui este egală cu distanța parcursă de ea de la locul recuperării până la locul unde a fost observată pierderea. În primul interval de timp (t_1) viteza bărcii față de mal este $(v_{ba} + v_a)$, iar în al doilea interval (t_2) viteza bărcii față de mal este $(v_{ba} - v_a)$. Avem $(v_{ba} + v_a) \cdot t_1 = (v_{ba} - v_a) \cdot t_2$, de unde: $t_2 = \frac{v_{ba} + v_a}{v_{ba} - v_a} t_1 = \frac{1+k}{1-k} t_1 = 7$ min.

S.17. a) Reprezentăm în figura S.17. vectorii $\vec{v}_1$ (în direcția mișcării trenului) și $\vec{v}'$ (perpendicular pe această direcție). Viteza elicopterului $\vec{v}$ față

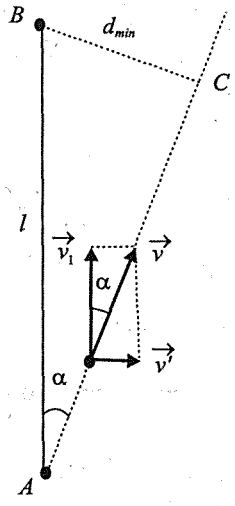


Fig. S. 17.

de A este egală cu viteza lui $\vec{v}'$ față de tren plus viteza trenului $\vec{v}_1$, adică $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_1$. Vectorii $\vec{v}_1$ și $\vec{v}'$ sunt reciproc perpendiculari și $v = \sqrt{(v')^2 + v_1^2}$.

b) Distanța minimă d_{min} dintre elicopter și localitatea B este egală cu lungimea perpendicularei coborâte din B pe direcția mișcării elicopterului. Din asemenărea triunghiului vectorilor vitezelor cu triunghiul ABC avem: $\frac{d_{min}}{l} = \frac{v'}{v}$, deci: $d_{min} = \frac{lv'}{\sqrt{(v')^2 + v_1^2}}$.

S.19. Notăm cu $\vec{v}_0$ viteza vântului în raport cu pământul cu $\vec{v}_1$ – viteza vântului în raport cu trenul, atunci când acesta se mișcă cu viteza $\vec{v}$ și cu $\vec{v}_2$ – viteza vântului în raport cu trenul atunci când viteza acestuia este egală cu $2\vec{v}$. Reprezentăm în figura S.19 *a* vectorii $\vec{v}$ și $\vec{v}_1$ în conformitate cu condițiile problemei. Vectorul $\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}$ este diagonala dreptunghiului construit pe vectorii $\vec{v}$ și $\vec{v}_1$.

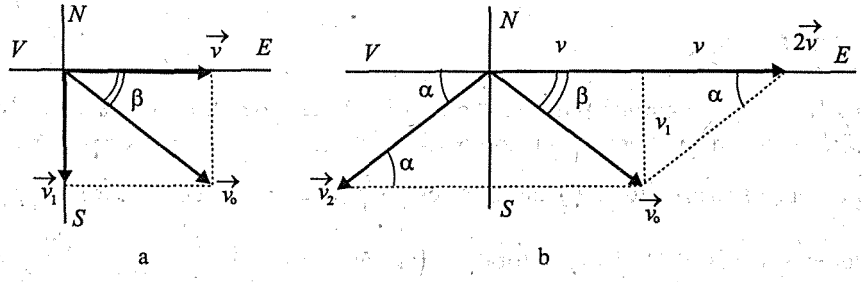


Fig. S.19

Considerăm cazul al doilea: trenul se mișcă cu viteza $2\vec{v}$. Reprezentăm vectorii $2\vec{v}$ în figura S.19. *b)*, vectorul $\vec{v}_0$ fiind același ca în figura S19. *a)*. Construim paralelogramul vitezelor cu diagonala $\vec{v}_0$. Vectorul $\vec{v}_2$ al vitezei vântului în raport cu trenul este orientat dinspre nord-est și formează cu direcția V-E unghiul $\alpha = 45°$. După cum se vede din figură înălțimea paralelogramului este egală cu v_1. Pentru unghiul $\alpha = 45°$ rezultă $v_1 = v$, deci $v_0 = \sqrt{v^2 + v_1^2} = v\sqrt{2} = 50{,}9$ km/h.

Unghiul $\beta = 45°$, deci în raport cu pământul vântul suflă dinspre nord-vest.

2. Masa corpului. Densitatea substanței

S.21. Masa m_2 este egală cu masa m_1 plus masa pietricicăi m_0 și minus masa apei ce s-a vărsat din pahar. Volumul ultimei este egal cu volumul pietricicăi, adică cu $\frac{m_o}{\rho_o}$, unde ρ_o este densitatea căutată a substanței pietricicăi. Masa acestui volum de apă este egală cu $\rho\frac{m_o}{\rho_o}$. Deci, $m_2 = m_1 + m_o - \frac{\rho}{\rho_o}m_o$, de unde $\rho_o = \rho\frac{m_o}{m_1 + m_o - m_2} = 2400$ kg/m^3.

S.23. Densitatea substanței este $\rho = \frac{m}{V}$. Volumele primelor două bucăți sunt $V_1 = \frac{m_1}{\rho} = V\frac{m_1}{m} = 0{,}6$ dm^3 și $V_2 = V\frac{m_2}{m}$; $V_1 = 0{,}2$ dm^3. Masele celorlalte două bucăți sunt: $m_3 = \rho V_3 = m\frac{V_3}{V} = 1{,}6$ kg și $m_4 = m\frac{V_4}{V} = 0{,}8$ kg. Rezultatele obținute pot fi verificate: $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 4$ kg și $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2$ dm^3.

S.25. Volumul cuprului este $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$, volumul zincului $V_2 = \frac{m - m_1}{\rho_2}$ și volumul piesei de alamă $V = V_1 + V_2 = \frac{m_1\rho_2 + (m - m_1)\rho_1}{\rho_1\rho_2}$. Densitatea alamei: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m\rho_1\rho_2}{m_1\rho_2 + (m - m_1)\rho_1} = 8{,}5\cdot10^3$ kg/m^3.

S.27. Notăm cu V volumul aliajului obținut în primul caz. Atunci: masa aurului este $m_1 = \rho_1\frac{V}{2}$, masa argintului $m_2 = \rho_2\frac{V}{2}$, iar densitatea aliajului $\rho_a = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$.

Fie m masa aliajului obținut în cazul al doilea. Atunci, volumul aurului este $V_1 = \frac{m}{2\rho_1}$, volumul argintului $V_2 = \frac{m}{2\rho_2}$ și densitatea aliajului $\rho_b = \frac{m}{V_1 + V_2} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$.

Raportul densităților: $\frac{\rho_a}{\rho_b} = 1{,}096$.

3. Forța. Tipuri de forțe

S.29. a) Volumul inițial al apei: $V_a = \frac{m}{\rho_a} = 1\,000\ \text{cm}^3$;

b) Volumul fiecărei bile: $V_o = \frac{V - V_a}{3} = 100\ \text{cm}^3$;

c) Masele bilelor sunt: $m_1 = \rho_1 V_o = 0{,}78$ kg; $m_2 = 0{,}27$ kg; $m_3 = 1{,}93$ kg;

d) În conformitate cu legea lui Hooke, $m_1 = k\Delta l_1$, de unde rezultă alungirea resortului $\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k}$; $\Delta l = 0{,}78$ cm;

e) Alungirea resortului la suspendarea de el a celor trei bile este $\Delta l = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{k}$; $\Delta l = 2{,}98$ cm.

S.31. a) Forțele de tensiune ale firului de ambele părți ale cârligului C sunt egale, deci sunt egale și forțele de greutate respective $G_1 = G_2 + G_3$, iar masele corpurilor satisfac condiția $m_1 = m_2 + m_3$. De aici masa corpului al treilea $m_3 = m_1 - m_2 = 2$ kg.

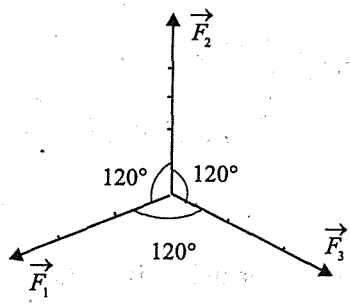


Fig. S.33

b) Dinamometrul situat între corpurile 2 și 3 indică greutatea corpului 3: $G_3 = m_3 g = 20$ N.

c) Forțele de tensiune ce acționează asupra cârligului au valoarea $T = G_1$ și sunt reciproc perpendiculare, deci forța ce se exercită asupra cârligului, egală cu rezultanta forțelor de tensiune, este $T = G_1\sqrt{2} = m_1 g\sqrt{2} = 50\sqrt{2}$; $N \doteq 70{,}7$ N.

S.33. a) $F_1 = k_1\Delta l_1 = 6$ N; $F_2 = k_2\Delta l_2 = 6$ N și $F_3 = k_3\Delta l_3 = 6$ N;

b) forțele sunt reprezentate în figura S.33;

c) rezultanta forțelor este egală cu zero;

d) inelul se mișcă rectiliniu uniform sau se află în repaus.

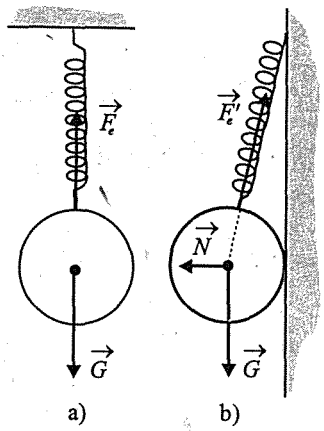


Fig. S.35

S.35. Reprezentăm forțele ce acționează asupra bilei în cele două cazuri (fig. S.35).

În cazul a) forța elastică $F_e = G = mg$.

În cazul b) asupra bilei acționează trei forțe concurente: greutatea $\vec{G}$, reacțiunea normală a peretelui $\vec{N}$ (egală cu forța de presiune a bilei asupra peretelui $N = \frac{1}{3}G$), forța fiind reprezentată

cu originea în centrul bilei, şi o a treia forţă – forţa elastică $\vec{F}_e'$. Avem $\vec{F}_e' = \sqrt{G^2+N^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}G = \frac{\sqrt{10}}{3}mg$.

Observăm că $\vec{F}_e' > F_e$, iar raportul alungirilor

$$\frac{\Delta l'}{\Delta l} = \frac{F_e'}{F_e} = \frac{\sqrt{10}}{3} \cong 1{,}05$$

S.37. a) Când unghiul dintre resorturile R_1 şi R_2 devine α, fiecare dintre aceste resorturi formează cu verticala un unghi $\frac{\alpha}{2} = 45°$ (figura S.37). Prin urmare, distanţa $OO' = O_1O = OO_2 = l_o$, deci lungimile resorturilor R_1 şi R_2 deformate sunt egale cu $l_o\sqrt{2}$, iar alungirile lor cu $\Delta l_1 = \Delta l_2 = l_o(\sqrt{2}-1)$. Constantele elastice sunt $k_1 = k_2 = \frac{F_o}{\Delta l_o} = 1$ N/cm, iar forţele elastice $F_{e1} = F_{e2} = k_1\Delta l_1 =$ $= 4{,}1$ N.

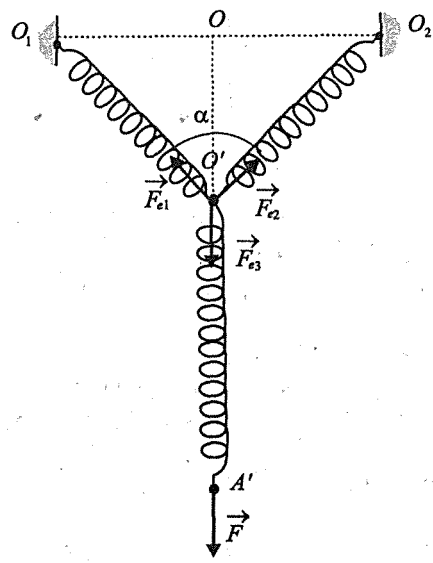


Fig. S.37

În echilibru $\vec{F}_{e1} + \vec{F}_{e2} + \vec{F}_{e3} = 0$ şi, după cum obţinem din figura S.37, forţa $F_{e3} = F_{e1}\sqrt{2} = k_1\Delta l_1\sqrt{2} = k_1 l_o(2-\sqrt{2})$. Constanta elastică a resortului R_3 este $k_3 = \frac{F_o'}{\Delta l_o'} = \frac{1}{3}$ N/cm, deci alungirea lui $\Delta l_3 = \frac{F_{e3}}{k_3} = \frac{k_1}{k_3}l_o(2-\sqrt{2}) = 17{,}7$ cm.

Astfel, alungirile resorturilor sunt $\Delta l_1 = \Delta l_2 = 4{,}1$ cm şi $\Delta l_3 = 17{,}7$ cm.

b) Forţele elastice din resorturi: $F_{e1} = F_{e2} = 4{,}1$ N şi $F_{e3} = k_1 \cdot l_o(2-\sqrt{2}) = 5{,}9$ N.

c) Deplasarea pe verticală a punctului O este $d_O = l_o = 10$ cm, iar deplasarea punctului A este $d_A = d_O + \Delta l_3 = 27{,}7$ cm.

S.39. Reprezentăm în figura S.39 sistemul de resorturi deformate, fiecare resort fiind reprezentat ca un fir elastic (pentru simplitatea figurii). Notăm cu l_o lungimea unui resort nedeformat din interior şi cu l lungimea unui resort nedeformat din exterior. Avem $l = 2\,l_o \sin 60° = l_o\sqrt{3}$. Astfel, dacă resortul interior se alungeşte cu Δl_o, cel exterior se alungeşte cu $\Delta l = \sqrt{3}\,\Delta l_o$.

Să stabilim relaţia dintre constantele elastice ale acestor resorturi.

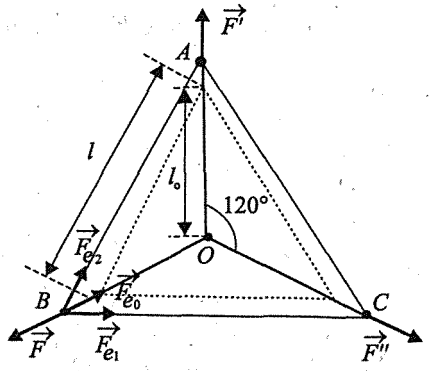


Fig. S.39

Ne imaginăm că un resort interior şi un resort exterior sunt legate în serie şi deformate de o forţă F_o. Forţele elastice din resorturi sunt egale cu forţa F_0, adică $k_o\Delta x_o = k\Delta x$, unde k este constanta elastică a resortului exterior. Pe de altă parte, resorturile au fost tăiate din unul şi acelaşi resort lung, deci alungirile lor sunt proporţionale cu lungimile, adică $\frac{\Delta x_o}{l_o} = \frac{\Delta x}{l}$, obţinând astfel $k = k_o\frac{l_o}{l} = \frac{k_o}{\sqrt{3}}$.

Notând cu Δl_o alungirea resortului interior în urma acţiunii forţei F; atunci alungirea resortului exterior este $\Delta l = \sqrt{3}\,\Delta l_o$, iar forţele elastice (fig. S.39) au valorile $F_{eo} = k_o\Delta l_o$ şi $F_{e1} = F_{e2} = k\Delta l = k_o\Delta l_o$.

Condiţia de echilibru a vârfului B (fig. S.39) este $\vec{F} + \vec{F}_{eo} + \vec{F}_{e1} + \vec{F}_{e2} = 0$, de unde în proiecţii pe direcţia forţei $\vec{F}$ avem $F - F_{eo} - F_{e1}\cos 30° - F_{e2}\cos 30° = 0$ sau $F = F_{eo} + 2F_{e1}\cos 30° = k_o(1 + \sqrt{3})\Delta l_o$, deci alungirea căutată a resortului interior $\Delta l_o = \frac{F}{k_o(1+\sqrt{3})}$.

S.41. Corpul se va desprinde de suprafaţa de sprijin în momentul în care forţa elastică ce acţionează asupra lui este egală cu forţa de greutate.

În cazul reprezentat în figura E.41,a forţele elastice din fiecare resort în momentul desprinderii corpului sunt $F_e = k\cdot\Delta l = mg$, deci alungirea fiecărui resort este $\Delta l = \frac{mg}{k}$ şi deplasarea punctului A este egală cu $2\Delta l = \frac{2mg}{k}$. Timpul respectiv: $t = \frac{2\Delta l}{v} = \frac{2mg}{kv} = 40$ s.

În cazul din figura E.41,b forţa de greutate a corpului în momentul desprinderii lui de suprafaţa de sprijin este echilibrată de forţele elastice ale celor două resorturi: $mg = 2k\Delta l'$, de unde deplasarea punctului A este $\Delta l' = \frac{mg}{2k}$ şi $t' = \frac{\Delta l'}{v} = \frac{mg}{2kv} = 10$ s.

S.43. Distanţa dintre punctele în care sunt fixate capetele resorturilor este egală cu $(2l_o + d)$, adică cu suma lungimilor resorturilor nedeformate şi a diametrului bilei dintre ele. Notăm cu x alungirea resortului superior; atunci cel inferior este comprimat tot cu x. Astfel, ambele forţe elastice, egale cu k_1x

și k_2x sunt orientate vertical în sus și echilibrează forța de greutate a bilei. Avem $k_1x + k_2x = mg$, deci deformarea fiecărui resort este egală cu $x = \frac{mg}{k_1 + k_2}$.

S.45. În cazul (a) deplasarea punctului A este egală cu alungirea resortului provocată de forța F, adică $x_a = \Delta l_a = \frac{F}{k} = 0{,}1$ m.

În cazul (b) resortul este legat de un scripete mobil, de aceea deplasarea punctului A este de două ori mai mare decât alungirea resortului. În același timp, forța elastică este de două ori mai mare decât forța F. Deci alungirea resortului este $\Delta l_b = \frac{2F}{k}$, iar deplasarea punctului A este $x_b = 2\Delta l_b = \frac{4F}{k} =$ $= 0{,}4$ m.

S.47. Reprezentăm în figura S.47 forțele care acționează în sistem. Tensiunea firului: $T_1 = T_2 = T = m_1g$.

Din condiția de echilibru a scripetelui mobil $\vec{F}_e + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ avem $F_e = T_1 + T_2 = 2m_1g$, deci alungirea resortului este $\Delta l = \frac{F_e}{k} = \frac{2m_1g}{k} = 4$ mm.

Condiția de echilibru a corpului de masă m_2 este $\vec{F}'_e + \vec{N} + m_2\vec{g} = 0$, de unde reacțiunea planului de sprijin $N = m_2g - F'_e = (m_2 - 2m_1)g$; $N = 0{,}2$ N.

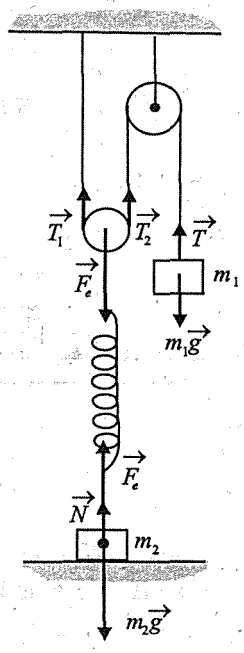


Fig. S.47

S.49. a) Sistemul (fig. E.49) constă din 7 resorturi pe care le vom numi „interioare" (situate în spațiul dintre scripeți) și 6 resorturi „exterioare" (situate în afara acestui spațiu). Forța de tensiune a firului ce leagă între ele resorturile interioare, deci și forțele elastice ale acestora, sunt egale cu forța exterioară F. Deci resorturile interioare se alungesc cu $\Delta l_i = \frac{F}{k}$, ceea ce condiționează deplasarea punctului A cu $7\Delta l_i = 7\frac{F}{k}$. Forțele elastice ale resorturilor exterioare sunt egale cu $2F$, deci ele se alungesc cu $\Delta l_e = \frac{2F}{k}$. La deplasarea fiecărui scripete mobil cu Δl_e capătul A se deplasează cu $2\Delta l_e$, deci deplasarea celor 6 scripeți condiționează deplasarea punctului A cu $6 \cdot 2\Delta l_e = 24\frac{F}{k}$. Astfel, deplasarea totală a punctului A este $s_A = 31\frac{F}{k}$.

b) Deplasarea fiecărei linii ce trece prin centrele scripeților este $\Delta l_e = 2\frac{F}{k}$, distanța finală dintre aceste linii devenind egală cu $d = d_0 - 2\Delta l_e = d_0 - 4\frac{F}{k}$.

c) Vom deosebi două cazuri: scripeții rămân în repaus ($2F \le F_f$) și scripeții alunecă ($2F \ge F_d$). Forța de frecare $F_f = \mu mg$.

În primul caz, când $F \le \frac{1}{2}\mu mg$, scripeții rămân în repaus și deplasarea punctului A este cauzată numai de alungirea resorturilor interioare $s_A' = 7\frac{F}{k}$.

În cazul când scripeții se deplasează $F \ge \frac{1}{2}\mu mg$, deplasările scripeților sunt egale cu alungirile resorturilor exterioare $\Delta l_e''$. În prezența frecării forța elastică a resorturului exterior este egală cu $2F - F_f = 2F - \mu mg$, alungirea acestui resort fiind $\Delta l_e'' = \frac{2F - \mu mg}{k}$, aceste alungiri condiționând deplasarea capătului A cu $12\Delta l_e''$. Deci deplasarea totală a capătului A este

$$s_A'' = 7\Delta l_i + 12\Delta l_e'' = 7\frac{F}{k} + 12\frac{2F - \mu mg}{k} = 31\frac{F}{k} - 12\frac{\mu mg}{k}.$$

Pentru $F = \frac{1}{2}\mu mg$ avem, evident: $s_A' = s_A'' = 7\frac{F}{k}$.

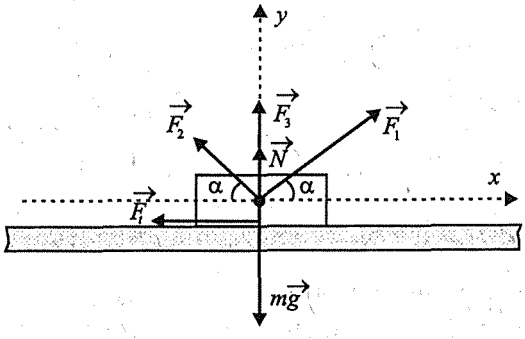


Fig. S.51

S.51. Reprezentăm forțele ce acționează asupra corpului (fig. S.51) la mișcarea uniformă a lui spre dreapta. Condiția de echilibru a forțelor este:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_f = 0.$$

În proiecții pe axele de coordonate avem:

$F_1\cos\alpha - F_2\cos\alpha - F_f = 0$ și $N + F_1\sin\alpha + F_2\sin\alpha - mg = 0$.

Avem $N = mg - F_1\sin\alpha - F_2\sin\alpha$ și forța de frecare $F_f = \mu N = \mu(mg - F_1\sin\alpha - F_2\sin\alpha)$. Atunci prima din aceste ecuații ia forma:

$$F_1\cos\alpha - F_2\cos\alpha - \mu(mg - F_1\sin\alpha - F_2\sin\alpha) = 0$$

sau

$$F_1(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - F_2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = \mu mg. \qquad (1)$$

Analizăm cazul mișcării corpului spre stânga când asupra lui nu acționează forța $\vec{F}_1$. Forța de frecare $\vec{F}_f'$ este orientată spre dreapta, iar reacțiunea suprafeței de sprijin este $\vec{N}'$. Avem condiția de echilibru

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{N}' + m\vec{g} + \vec{F}_f' = 0$$

sau în proiecții:

$$-F_2\cos\alpha + F_f' = 0 \text{ și } F_2\sin\alpha + F_3 + N' - mg = 0.$$

Rezultă $N' = mg - F_2\sin\alpha - F_3$ și $F_f' = \mu(mg - F_2\sin\alpha - F_3)$,

deci $$-F_2\cos\alpha + \mu(mg - F_2\sin\alpha - F_3) = 0$$

sau $$F_2(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) + \mu F_3 = \mu mg. \qquad (2)$$

În fine, în cazul ridicării uniforme a corpului în sus avem condiția pentru proiecțiile forțelor pe verticală

$$F_1\sin\alpha + F_2\sin\alpha + F_3 - mg = 0. \qquad (3)$$

Din ecuațiile (2) și (3), după excluderea forței necunoscute F_3 rezultă

$$F_2 = \mu F_1 \operatorname{tg}\alpha. \qquad (4)$$

Substituind apoi (4) în (1), determinăm forța F_1:

$$F_1 = \frac{\mu mg\cos\alpha}{\cos^2\alpha + \mu^2\sin^2\alpha} = 80 \text{ N}.$$

Apoi din (4) și (3) determinăm: $F_2 = 40$ N, $F_3 = 40\sqrt{2}$ N.

S.53. Când punem primele greutăți mici pe taler (fig. E.53) și mărim treptat numărul lor, la un moment anumit (când greutatea talerului va deveni egală cu forța de frecare dintre corpul 2 și suport), corpurile 1 și 2 vor începe să se miște împreună. Aceasta va dura până în momentul în care forța de elasticitate ce acționează asupra corpului 1 devine egală cu forța de frecare fm_1g care acționează asupra lui. Dacă notăm deformarea respectivă a resorturilor cu Δl_1 avem condiția $k_1\Delta l_1 = fm_1g$, de unde $\Delta l_1 = \frac{fm_1g}{k_1} = 0{,}025$ m. După aceasta, la mărirea numărului de greutăți pe taler, corpul 1 se află în repaus, alunecând pe corpul 2, care continuă să se miște. Corpul 1 va parcurge întreaga lungime a corpului 2, dacă deplasarea acestuia față de poziția sa inițială va fi egală cu $(\Delta l_1 + l)$. Forța de greutate Mg a tuturor corpurilor de pe taler trebuie să echilibreze forța elastică respectivă $k_2(\Delta l_1 + l)$, forța de frecare dintre corpul 2 și suport $f(m_1 + m_2)g$ și forța de frecare dintre corpurile 1 și 2, egală cu fm_1g. Avem $Mg = k_2(\Delta l_1 + l) + f(m_1 + m_2)g + fm_1g$, de unde $M = \frac{k_2}{g}(\Delta l_1 + l) + f(2m_1 + m_2) = 3{,}25$ kg.

b) Forțele elastice din resorturi sunt:

$$F_{e1} = k_1\Delta l_1 = 5 \text{ N și } F_{e2} = k_2(\Delta l_1 + l) = 12{,}5 \text{ N}.$$

S.55. a) Reprezentăm în figura S.55 sistemul descris în problemă și forțele ce acționează asupra corpului: forța de greutate $\vec{mg}$, reacțiunea normală $\vec{N}$ a scândurii, forța elastică $\vec{F_e}$ și forța de frecare $\vec{F_f}$ orientată în sensul mișcării scândurii, deoarece corpul alunecă pe ea în sens opus.

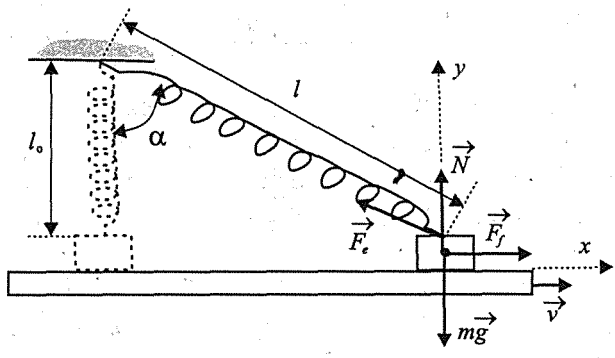


Fig. S.55

b) Lungimea resortului deformat: $l = \frac{l_0}{\cos\alpha} = 0{,}2$ m.

c) Alungirea resortului $\Delta l = l - l_0 = 0{,}1$ m.

d) Corpul se află în repaus față de Pământ. Condiția de echilibru a sistemului de forțe este $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_e + \vec{F}_f = 0$. În proiecții pe axa y (figura S.55) avem $-mg + N + F_e\cos\alpha = 0$. Deoarece $F_e = k\Delta l$, obținem $N = mg - k\Delta l\cos\alpha = 4{,}5$ N.

e) În proiecții pe axa x din condiția de echilibru rezultă: $-F_e\sin\alpha + F_f = 0$, de unde $F_f = k\cdot\Delta l\sin\alpha = 0{,}86$ N.

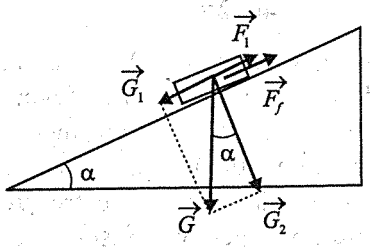


Fig. S.57

S.57. Reprezentăm forțele ce acționează asupra corpului aflat în repaus (fig. S.57): forța de greutate $\vec{G}$ și componentele ei $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$, forța $\vec{F}_1$ și forța de frecare $\vec{F}_f$, care, în cazul când forța $\vec{F}_1$ ia valoarea minimă, este orientată de-a lungul planului înclinat în sus.

Condiția de echilibru este $F_1 + F_f - G_1 = 0$. Când corpul este mișcat uniform în sus forța de frecare acționează în sens opus, astfel încât condiția mișcării uniforme este $F_2 - F_f - G_1 = 0$.

Din aceste două condiții avem $F_f = \frac{F_1 - F_2}{2} = 1{,}5$ N.

Apoi $G_1 = F_1 + F_f = 5$ N. Pe de altă parte, $G_1 = G\sin\alpha = mg\sin\alpha$. Masa corpului: $m = \frac{G_1}{g\sin\alpha} = 1$ kg.

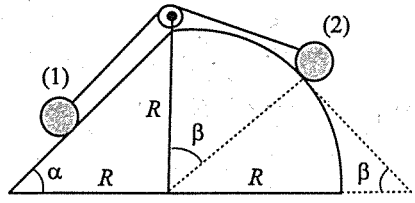


Fig. S.59

S.59. a) Corpul (1) de pe planul înclinat întinde firul de legătură cu forța $F_1 = G\sin\alpha$, unde G este greutatea corpului. Fie β unghiul dintre direcția verticală și poziția corpului (2) ce corespunde stării de echilibru a sistemului (fig. S.59). Porțiunea mică a suprafeței sferice pe care se află corpul (2) poate fi considerată porțiune de plan înclinat ce formează cu orizontala unghiul β. Deci corpul (2) condiționează o tensiune a firului egală cu $F_2 = G\sin\beta$. Condiția de echilibru a corpurilor legate de fir este $F_1 = F_2$, de unde rezultă $\sin\beta = \sin\alpha$ și $\beta = \alpha = 45°$.

1) Pentru $\beta > \alpha$ rezultă $F_2 > F_1$ și corpul (2) coboară, îndepărtându-se de poziția de echilibru, iar pentru $\beta < \alpha$ avem $F_1 > F_2$ și corpul (1) coboară, de asemenea îndepărtându-se de poziția de echilibru. Prin urmare, pentru $\beta = \alpha = 45°$ corpurile se află în stare de echilibru nestabil.

S.61. a) Forțele respective: de greutate, de reacțiune normală a planurilor înclinate, de frecare și de tensiune ale firelor (care satisfac condiția $T_1 = T_2$) sunt reprezentate în figura S.61.

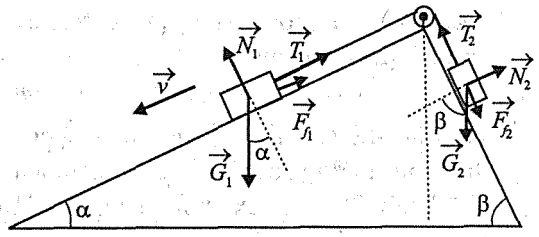


Fig. S61

b) Considerăm echilibrul forțelor ce acționează asupra corpului de masă m_1. Avem $\vec{G}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{f1} = 0$, de unde pentru proiecțiile pe direcția planului înclinat și cea perpendiculară pe el rezultă: $G_1\sin\alpha - T_1 - F_{f1} = 0$ și $-G_1\cos\alpha + N_1 = 0$. De aici $N_1 = G_1\cos\alpha = m_1 g\cos\alpha$, forța de frecare $F_{f1} = fN_1 = fm_1 g\cos\alpha$, apoi tensiunea $T_1 = m_1 g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$.

Condiția de echilibru pentru corpul de masă m_2 este: $\vec{G}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{f2} = 0$, de unde pentru proiecțiile pe direcția firului și pe cea perpendiculară pe el avem: $-G_2\sin\beta + T_2 - F_{f2} = 0$ și $-G_2\cos\beta + N_2 = 0$. Reacțiunea normală $N_2 = G_2\cos\beta = m_2 g\cos\beta$, forța de frecare $F_{f2} = fN_2 = fm_2 g\cos\beta$, iar forța de tensiune a firului $T_2 = m_2 g(\sin\beta + f\cos\beta)$.

Egalând forțele de tensiune, exprimăm masa $m_2 = m_1 \dfrac{\sin\alpha - f\cos\alpha}{\sin\beta + f\cos\beta} \cong 1$ kg.

S.63. Reprezentăm în figura S.63 forțele ce acționează în sistemul considerat: forțele de greutate $m_1\vec{g}$ și $m_2\vec{g}$, reacțiunile normale $\vec{N}_1$ și $\vec{N}_2$ (egale ca modul cu forțele de apăsare normală respective), tensiunile $\vec{T}_1$ și $\vec{T}_2$ (egale între ele în modul) și forțele de frecare $\vec{F}_{f1}$ și $\vec{F}_{f2}$. Mișcarea fiecărui corp este uniformă; condițiile de echilibru ale forțelor sunt:

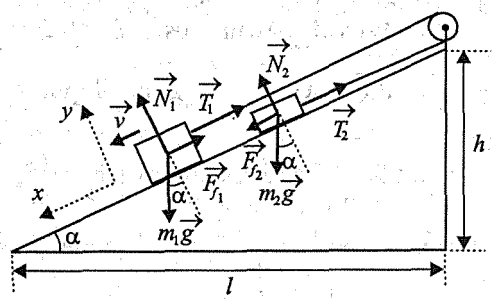


Fig. S.63

$$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{f1} = 0,$$
$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{f2} = 0.$$

Luăm axele de coordonate după cum este indicat în figura S.63. Introducând unghiul α, pentru proiecțiile pe axele de coordonate, avem (pentru corpul m_1):

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - F_{f1} = 0$$
$$-m_1 g\cos\alpha + N_1 = 0.$$

Dar $N_1 = m_1 g\cos\alpha$ şi forţa de frecare $F_{f1} = fN_1 = fm_1 g\cos\alpha$; ca rezultat prima ecuaţie ia forma

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - fm_1 g\cos\alpha = 0,$$

de unde tensiunea: $T_1 = m_1 g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$.

În mod analog, determinăm tensiunea $T_2 = m_2 g(\sin\alpha + f\cos\alpha)$.

Egalând $T_1 = T_2$, exprimăm raportul maselor

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\alpha + f\cos\alpha}{\sin\alpha - f\cos\alpha} = \frac{h + fl}{h - fl} = 1{,}42.$$

4. Lucrul mecanic şi energia mecanică

S.65. a) Lucrul rezultantei celor trei forţe este egal cu suma lucrurilor fiecărei forţe în parte: $L = L_1 + L_2 + L_3 = (F_1\cos\alpha_1 + F_2 + F_3\cos\alpha_3)s = 450$ J.

b) Puterea dezvoltată: $P = \frac{L}{t} = 45$ W.

c) Viteza corpului este constantă, deci rezultanta tuturor forţelor ce acţionează asupra lui este egală cu zero; prin urmare lucrul mecanic total efectuat asupra corpului este de asemenea egal cu zero.

S.67. a) Forţa necesară pentru a ridica uniform corpul este egală cu forţa lui de greutate: $F = mg = 4000$ N $= 4$ kN;

b) Lucrul mecanic este $L = Fh = mgh = 250$ kJ.

c) Puterea $P = \frac{L}{t}$, deci timpul $t = \frac{L}{P} = 200$ s.

S.69. a) Randamentul este $\eta = \frac{L_u}{L_c}$, unde lucrul util $L_u = Gh = mgh = \rho abcgh$, iar lucrul consumat $L_c = Fh$, unde F este forţa căutată. Avem $\eta = \frac{\rho abcgh}{Fh}$, de unde $F = \frac{1}{\eta}\rho abcg = 125$ N.

b) Lucrul consumat: $L_c = Fh = 1250$ J.

c) Puterea dezvoltată $P = Fv = 625$ W.

S.71. a) Puterea tractorului: $P = Fv = 36\,800$ W $= 36{,}8$ kW.

b) Lucrul util consumat la ridicarea apei: $L_u = Gh = mgh = \rho Vgh$, iar lucrul total $L_t = Pt$. Randamentul instalaţiei $\eta = \frac{L_u}{L_t} = \frac{\rho Vgh}{Pt}$, de unde timpul consumat $t = \frac{\rho Vgh}{\eta P} = 20$ s.

S.73. a) Conform legii lui Hooke: $F_1 = kx_1$ şi $F_2 = kx_2$, deci $\frac{F_1}{F_2} = \frac{x_1}{x_2}$ şi $F_2 = F_1\frac{x_2}{x_1} = 80$ N.

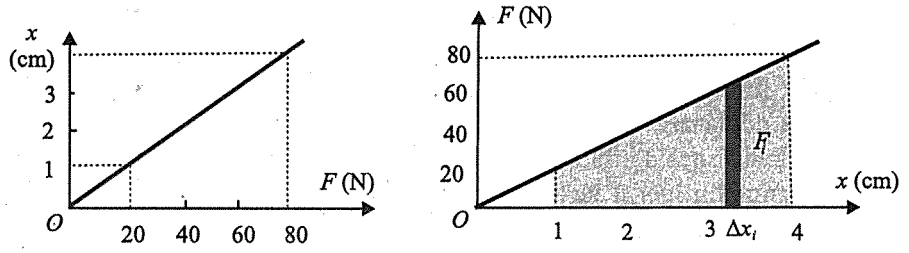


Fig. S.73

b) Graficul dependenței deformației de forța deformatoare este prezentat în figura S.73,a.

c) Forța elastică depinde liniar de alungirea x și pentru a calcula lucrul ei pe deplasarea $(x_2 - x_1)$ vom înmulți forța medie $F_{med} = \frac{F_1 + F_2}{2}$ cu această deplasare: $L = F_{med}(x_2 - x_1) = \frac{1}{2}(F_1 + F_2)(x_2 - x_1) = 1{,}5$ J.

d) Lucrul forței elastice ca forță variabilă se poate calcula însumând lucrurile pe porțiuni mici Δx_i, pe care forța F_i poate fi considerată constantă. Lucrul elementar, $F_i \Delta x_i$, este numeric egal cu aria fâșiei dublu haşurate din figura S.73,b. Lucrul total, egal cu suma celor elementare, este numeric egal cu aria figurii mărginite de graficul forței, axa absciselor și ordonatele ce corespund pozițiilor inițială și finală ale punctului de aplicare a forței (aria haşurată simplu din figura S.73, b).

S.75. a) Inițial corpul se află în întregime pe porțiunea de suprafață unde coeficientul de frecare este μ_1. Pentru a mișca corpul cu viteză constantă este necesar ca forța de tracțiune F să echilibreze forța de frecare. Deci în momentul inițial ($t = 0$) forța de tracțiune ia valoarea $F_o = F_{f1} = \mu_1 mg$. Cu timpul corpul trece tot mai mult pe porțiunea de suprafață unde coeficientul de frecare ia valoarea μ_2, astfel că după ce parcurge distanța $\frac{l}{3} = 1$ m în timpul $\frac{l}{3v} = 1$ s corpul se află complet pe suprafața cu acest coeficient de frecare, iar forța de tracțiune (egală cu cea de frecare) ia valoarea $F_{f2} = \mu_2 mg$. În mișcare ulterioară corpul trece treptat pe porțiunea de suprafață unde coeficientul de frecare este μ_3. După parcurgerea încă a unei distanțe de $\frac{l}{3}$ în timpul $\frac{l}{3v} = 1$ s

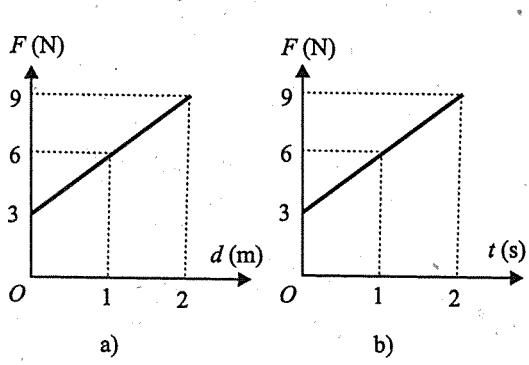


Fig. S.75

corpul a trecut în poziția 2, forța de tracțiune atingând valoarea $F_{f3} = \mu_3 mg$. Pe fiecare trecere de pe o porțiune pe alta forța de tracțiune variază liniar de la o valoare limită (F_{f1}, F_{f2}, F_{f3}) la următoarea. Graficul dependenței forței de tracțiune de deplasare este prezentat în figura S.75, a).

b) Graficul forței de tracțiune în funcție de timp este dat în figura S.75,b).

c) Determinăm lucrul forței de tracțiune ca aria de sub graficul din figura S.75,a). Avem $L = \frac{3+9}{2}\text{N}\cdot 2\text{m} = 12\text{ J}$.

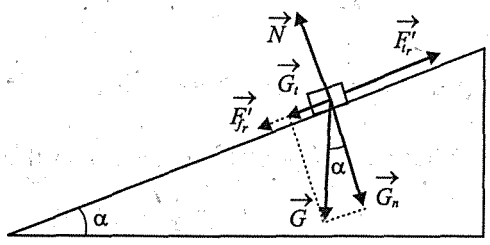


Fig. S.77

S.77. a) Lucrul forței de tracțiune (fig. E.77) este pozitiv – graficul 1, în timp ce lucrul forței de frecare la alunecare este întotdeauna negativ – graficul 2.

b) Din figura E.77 observăm că pentru orice moment de timp $L_{tr} + L_{fr} = 0$, deci forțele de tracțiune și de frecare se echilibrează – mișcarea automobilului este rectilinie uniformă.

c) Notăm cu v viteza automobilului. Atunci, lucrul efectuat de forța de tracțiune în timpul t pe drumul $s = vt$ este $L_{tr} = F_{tr}\cdot s = F_{tr}vt$, de unde $v = \frac{L_{tr}}{F_{tr}t}$. Pentru intervalul de timp de la 0 până la $t = 30$ s lucrul forței de tracțiune (fig. E.77) este $L_{tr} = 900$ kJ. Viteza căutată este $v = 0{,}02$ m/s.

d) La mișcarea automobilului pe porțiunea orizontală de drum forța de frecare $\vec{F}_{fr}$ este egală în modul și opusă ca sens celei de tracțiune $\vec{F}_{tr}$, adică $F_{tr} = F_{fr}$. Forța de apăsare normală este egală cu greutatea mg, deci $F_{fr} = fmg$. Ca urmare, $F_{tr} = fmg$ și $mg = F_{tr}/f$.

La ridicarea uniformă a automobilului pe planul înclinat (figura S.77) forța de tracțiune $F'_{tr} = G_t + F'_{fr} = mg\sin\alpha + fG_n = mg(\sin\alpha + f\cos\alpha)$. Ținând cont de expresia pentru greutatea automobilului, obținem $F'_{tr} = \frac{F_{tr}}{f}(\sin\alpha + f\cos\alpha)$, iar puterea dezvoltată de motor $P' = F'_{tr}\cdot v = \frac{F_{tr}}{f}v(\sin\alpha + f\cos\alpha)$; $P' = 1{,}01\cdot 10^5\text{W} = 101$ kW.

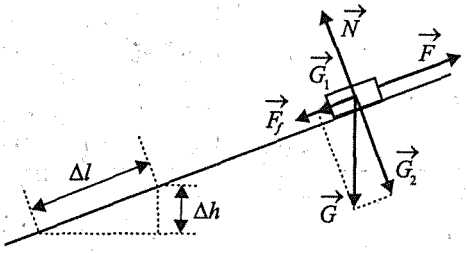


Fig. S.79

S.79. a) Reprezentăm schematic în figura S.79 automobilul și forțele ce acționează asupra lui: forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$ (descompusă în două componente $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$), forța de tracțiune $\vec{F}$ dezvoltată de motor, forța de frecare $\vec{F}_f$ și forța de reacțiune normală $\vec{N}$.

Puterea dezvoltată de motor este $P = Fv$, de unde rezultă forța de tracțiune $F = \frac{P}{v} = 2208$ N.

Forța $G_1 = mg\frac{\Delta h}{\Delta l} = 800$ N.

Reacțiunea normală $N = \sqrt{G^2 - G_1^2} \approx 9770$ N.

Forța de frecare $F_f = F - G_1 = 1408$ N.

b) Lucrul util efectuat pe distanța $d = 100$ km este $L_u = Fd$. La arderea masei m de benzină se degajă cantitatea de căldură $Q = mq = \rho Vq$, unde V este volumul benzinei arse. Randamentul este $\eta = \frac{L_u}{Q} = \frac{Fd}{\rho Vq}$, de unde exprimăm $V = \frac{Fd}{\eta\rho q}$. Pentru $d = 100$ km avem $V = 20$ l, deci consumul de benzină al motorului este de 20 l/100 km.

c) La reducerea puterii dezvoltate de motor se va micşora viteza automobilului, forța de tracțiune rămânând aceeaşi: $P_1 = Fv_1$, deci $v_1 = \frac{P_1}{F} = \frac{P_1}{P}v$; $v_1 = 48$ km/h.

S.81. La mişcarea pe drum orizontal forța de tracțiune F_o a motorului este echilibrată de cea de frecare: $F_f = F_o = \frac{P_o}{v_o}$.

La mişcarea corpului pe planul înclinat de-a lungul acestui plan acționează: forța de tracțiune $F = \frac{P}{v_o}$, forța de frecare F_f şi componenta forței de greutate, paralelă cu planul şi orientată spre baza lui, $G_1 = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}$, La mişcare uniformă $F - F_f - G_1 = 0$ sau $\frac{P}{v_o} - \frac{P_o}{v_o} - mg\frac{h}{l} = 0$, de unde $\frac{h}{l} = \frac{P - P_o}{mgv_o} \approx 0{,}23$.

S.83. Analizăm pentru ambele cazuri, condițiile de mişcare uniformă a corpului pe planul înclinat. Notăm cu $\vec{F}$ şi $\vec{F}'$ forțele de tracțiune la mişcarea corpului în sus şi în jos de-a lungul planului înclinat, cu $\vec{F}_f$ şi $\vec{F}_f'$ forțele respective de frecare, cu $\vec{N}$ şi $\vec{N}'$ – reacțiunile

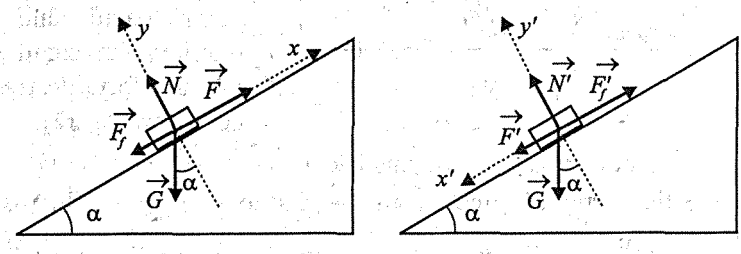


Fig. S.83

planului înclinat, egale în modul cu forțele de apăsare normală exercitate pe suprafața de contact.

În conformitate cu condiția problemei $F_f = \mu N$ și $F_f' = \mu N'$.

Condiția de mișcare uniformă corpului este egalitatea cu zero a rezultantei forțelor ce acționează asupra lui. Pentru cele două cazuri avem:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_f = 0,$$
$$\vec{F}' + \vec{N}' + \vec{G}' + \vec{F}_f' = 0.$$

În proiecții pe axele de coordonate luate așa cum se vede în figura S.83:

$$F - G\sin\alpha - F_f = 0, \quad N - G\cos\alpha = 0;$$
$$F' + G\sin\alpha - F_f' = 0, \quad N' - G\cos\alpha = 0.$$

Rezultă $N = N' = G\cos\alpha$, deci forța de frecare $F_f = F_f' = \mu G\cos\alpha$. Respectiv, forțele de tracțiune sunt

$$F = F_f + G\sin\alpha = G(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$$
$$F' = F_f' - G\sin\alpha = G(\mu\cos\alpha - \sin\alpha).$$

Puterea dezvoltată de motor este $P = Fv = F' \cdot nv$. Se obține relația:

$$Gv(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = Gnv(\mu\cos\alpha - \sin\alpha),$$

de unde rezultă condiția pentru unghiul de înclinare al planului $\operatorname{tg}\alpha = \mu\dfrac{n-1}{n+1}$.

S.85. a) Lucrul mecanic util L_u este egal cu lucrul necesar ridicării corpului la înălțimea h, și anume $L_u = Gh = mgh = 500$ J.

Randamentul este $\eta = \dfrac{L_u}{L_c}$, de unde lucrul consumat $L_c = \dfrac{L_u}{\eta} = 625$ J.

Lucrul consumat pentru învingerea forței de frecare este $L_f' = L_c - L_u = 125$ J. Pe de altă parte, $L_f' = F_f \cdot l$, de unde $F_f = \dfrac{L_f'}{l} = 12{,}5$ N.

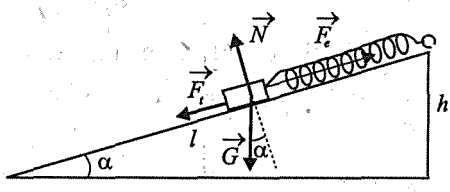


Fig. S.85

b) Reprezentăm în figura S.85 forțele ce acționează asupra corpului: de greutate $\vec{G}$, reacțiunea normală $\vec{N}$, forța elastică $\vec{F}_e$ și forța de frecare $\vec{F}_f$ pentru cazul când forța elastică este maximă (în cazul când aceasta este minimă forța de frecare are sens opus celei din figură).

Corpul se află în repaus, deci: $\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_e + \vec{F}_f = 0$. În proiecții pe direcția forței elastice avem: $-G\sin\alpha - F_{emax} - F_f = 0$. Dar $G = mg$ și $\sin\alpha = \dfrac{h}{l}$, iar valoarea maximă a forței elastice $F_{emax} = mg\dfrac{h}{l} + F_f$. Prin urmare, alungirea maximă este $\Delta l_{max} = \dfrac{F_{emax}}{k} = \dfrac{1}{k}\left(mg\dfrac{h}{l} + F_f\right) = 0{,}5$ m.

Alungirea minimă $\Delta l_{min} = \frac{1}{k}\left(mg\frac{h}{l} - F_f\right) = 0{,}3$ m.

c) Corpul va începe mişcarea după intervalul de timp în care alungirea resortului creşte de la Δl_{min} până la Δl_{max}, adică după timpul $\Delta t = \frac{\Delta l_{max} - \Delta l_{min}}{v} =$ $= 0{,}4$ s.

S.87. a) Componenta forţei de greutate de-a lungul planului înclinat este $G_1 = m_1 g\frac{h}{l}$, iar cea perpendiculară pe plan $G_2 = m_1 g\sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}$.

Lucrul util la ridicarea corpului pe planul înclinat este $L_u = m_1 gh$, iar cel consumat $L_c = Fl$, deci randamentul $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{m_1 gh}{Fl}$, de unde rezultă forţa ce acţionează asupra corpului $F = \frac{m_1 gh}{\eta l}$. Pe de altă parte, mişcarea fiind uniformă, această forţă este $F = G_1 + F_f$, deci forţa de frecare $F_f = F - G_1 = m_1 g\frac{h}{l}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)$.

Raportul căutat este

$$\mu = \frac{F_f}{G_2} = \frac{1/\eta - 1}{\sqrt{\frac{l^2}{h^2} - 1}} = 0{,}5.$$

b) Când corpul de masă m_2 a fost aşezat pe cel de masă m_1, ultimul apasă asupra planului înclinat cu forţa $G'_2 = (m_1 + m_2)g\sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}$, deci forţa de frecare dintre el şi planul înclinat este $F'_f = \mu G'_2 = \mu(m_1 + m_2)g\sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}$,. Componenta forţei de greutate a corpului de masă m_1 de-a lungul planului înclinat a rămas aceeaşi, G_1. Forţa F' ce acţionează în cazul dat se va determina din expresia pentru putere: $P = F'v$, deci $F' = \frac{P}{v}$. Notăm cu F_{f2} forţa de frecare dintre corpurile 1 şi 2. Atunci $F' = G_1 + F'_f + F_{f2}$, deci $F_{f2} = F' - G_1 - F'_f =$ $= \frac{P}{v} - m_1 g\frac{h}{l} - \mu(m_1 + m_2)g\sqrt{1 - \frac{h^2}{l^2}}$; $F_{f2} = 7{,}5$ N.

S.89. a) Lucrul util necesar pentru a ridica corpul la înălţimea h este $L_u = mgh$. La deplasarea corpului de-a lungul planului înclinat la distanţa l punctul de aplicare al forţei $\vec{F}$ se deplasează cu $2l$, deci lucrul consumat este $L_c = F \cdot 2l$.

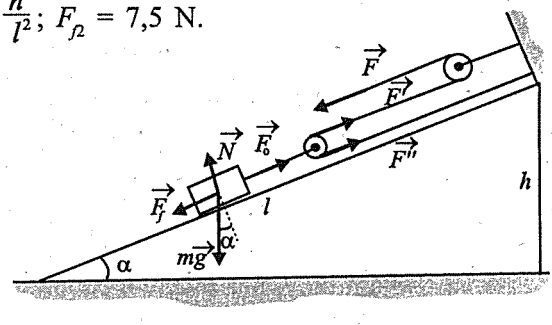


Fig. S.89

Randamentul este $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{m_1 gh}{2Fl}$, de unde forța de tracțiune: $F = \frac{mgh}{2\eta l} =$ $= 500$ N.

b) Puterea este $P = Fv$, unde viteza punctului de aplicare a forței este $v = \frac{2l}{t}$, deci $P = F \cdot \frac{2l}{t} = \frac{mgh}{\eta t} = 16{,}7$ W.

c) Asupra corpului de pe planul înclinat acționează forțele reprezentate în figura S.89, suma lor fiind nulă: $\vec{F}_0 + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_f = 0$. În proiecții pe direcția forței $\vec{F}_0$ avem $F_0 - mg\sin\alpha - F_f = 0$, de unde forța de frecare $F_f = F_0 - mg\sin\alpha$. Forța $F_0 = 2F$ și $\sin\alpha = \frac{h}{l}$, deci $F_f = 2F - mg\frac{h}{l} = 600$ N.

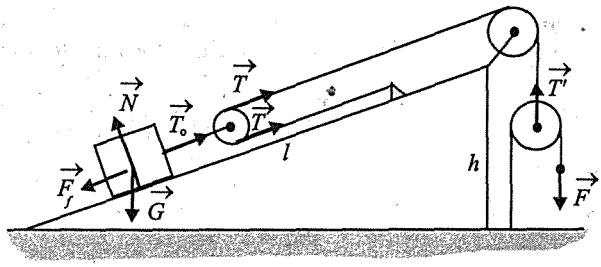


Fig. S.91

S.91. a) Reprezentăm în figura S.91 forțele ce acționează în sistem. În direcția paralelă planului înclinat asupra corpului de pe el acționează: tensiunea T_0, componenta forței de greutate $G_1 = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}$ și forța de frecare $F_f = kG = kmg$. La mișcarea uniformă a corpului pe planul înclinat $T_0 = G_1 + F_f = mg\left(\frac{h}{l} + k\right)$.

Deoarece $T_0 = 2T$ și $T = T' = 2F$, rezultă $F = \frac{1}{2}T = \frac{1}{4}T_0 = \frac{1}{4}mg\left(\frac{h}{l} + k\right) =$ $= 1625$ N.

b) La deplasarea corpului cu distanța s în susul planului înclinat punctul de aplicare a forței F se deplasează cu $4s$, deci lucrul consumat este $L_c = 4Fs = 32500$ J $= 32{,}5$ kJ.

c) Puterea este $P = \frac{L_c}{t}$, deci timpul ridicării este: $t = \frac{L_c}{P} = 32{,}5$ s.

d) Viteza ridicării: $v = \frac{s}{t} = 0{,}154$ m/s $= 15{,}4$ cm/s.

e) La deplasarea corpului cu s în susul planului înclinat el s-a ridicat la înălțimea $h_1 = h\frac{s}{l}$, iar lucrul util: $L_u = mgh_1 = mgh\frac{s}{l}$; $L_u = 22500$ J $= 22{,}5$ kJ.

Randamentul planului înclinat: $\eta = \frac{L_u}{L_c} = 0{,}692 = 69{,}2\%$.

S.93. Notăm lungimea muchiei cubului din aluminiu cu a_1 și pe a celui din platină cu a_2. Dacă masa fiecărui corp este egală cu m, atunci energiile lor

potențiale sunt $E_{p1} = mg\frac{a_1}{2}$ și $E_{p2} = mg\frac{a_2}{2}$, iar raportul lor: $\frac{E_{p1}}{E_{p2}} = \frac{a_1}{a_2}$. Masele corpurilor sunt $m = \rho_{Al}a_1^3$ și $m = \rho_{Pt}a_2^3$, deci $\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{\rho_{Pt}}{\rho_{Al}}\right)^{1/3}$, iar raportul energiilor potențiale $\frac{E_{p1}}{E_{p2}} = \left(\frac{\rho_{Pt}}{\rho_{Al}}\right)^{1/3} = 2$. Energia potențială a cubului din aluminiu este de două ori mai mare decât a celui din platină.

S.95. Corpul parcurge pe planul înclinat, până la oprire, distanța d (fig. S.95). Atunci înălțimea totală la care coboară corpul față de poziția sa inițială este $H + h' = H + \frac{h}{l}d$. Energia cinetică în starea inițială și în cea finală este zero.

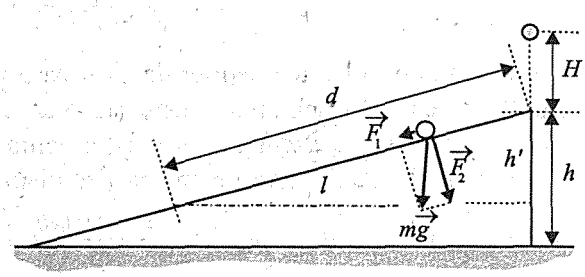


Fig. S.95

Egalăm variația energiei potențiale a corpului cu lucrul forței de frecare $0 - mg\left(H + \frac{h}{l}d\right) = L_f$. Forța de apăsare normală este $F_2 = mg\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$, forța de frecare $F_f = fF_2 = fmg\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$, iar lucrul ei pe deplasarea d este $L_f = -F_f d =$ $= -fmgd\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$. Avem $0 - mg\left(H + \frac{h}{l}d\right) = -fmgd\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$, de unde deducem distanța parcursă de corp pe planul înclinat până la oprire: $d = \frac{Hl}{f\sqrt{l^2-h^2}-h} =$ $= 10{,}1$ m.

S.97. a) Lucrul util la ridicarea corpului pe planul înclinat, egal cu creșterea energiei potențiale a corpului, este $L_u = mgh$, iar lucrul consumat $L_c = Fl$, unde F este forța ce acționează paralel cu planul înclinat (fig. S.97). Descompunem forța de greutate în componentele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$. Din asemănarea triunghiului forțelor cu triunghiul ABC avem:

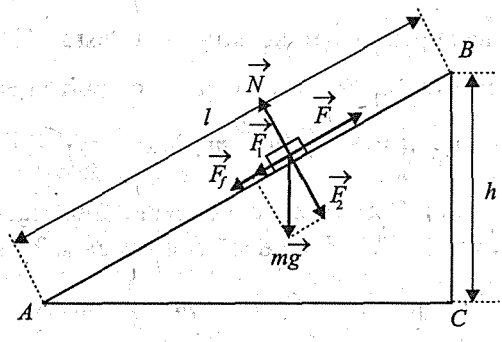


Fig. S.97

$$\frac{F_1}{mg} = \frac{h}{l} \text{ și } \frac{F_2}{mg} = \frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}, \text{ deci } F_1 = mg\frac{h}{l} \text{ și } F_2 = mg\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}.$$

La mişcare uniformă $F = F_1 + F_f = mg\frac{h}{l} + F_f$. Randamentul este $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{mgh}{mgh + F_f l}$, de unde exprimăm forţa de frecare $F_f = \frac{(1-\eta)mgh}{\eta l}$. Forţa de apăsare normală este F_2, deci raportul forţei de frecare la forţa de apăsare normală (coeficientul de frecare μ) este:

$$\mu = \frac{F_f}{F_2} = \frac{(1-\eta)h}{\eta\sqrt{l^2-h^2}} = \frac{1}{3} = 0{,}33$$

b) Când corpul este susţinut de firul care împiedică alunecarea lui în jos forţa de frecare îşi schimbă sensul (faţă de cel din cazul când corpul este ridicat în sus) şi de asemenea împiedică alunecarea lui în jos. Astfel avem $F' + F_f = F_1$, unde F' este tensiunea firului în acest caz. Deci,

$$F' = F_1 - F_f = mg\frac{h}{l} - \frac{(1-\eta)mgh}{\eta l} = \frac{(2\eta-1)mgh}{\eta l} = 6 \text{ N}.$$

S.99. a) Analizăm ridicarea pe planul înclinat a unui corp de masă m_1. Lucrul util este egal cu creşterea energiei potenţiale $L_u = m_1 gh$, iar lucrul consumat $L_c = FL$, unde F este forţa ce acţionează asupra lui paralel cu planul înclinat, egală cu forţa elastică a resortului. Avem $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{m_1 gh}{FL}$, de unde $F = \frac{m_1 gh}{\eta L}$. Sub acţiunea acestei forţe resortul se alungeşte cu $\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{m_1 gh}{\eta Lk}$, deci distanţa dintre corpuri în timpul ridicării lor pe planul înclinat este $l = l_0 + \Delta l = l_0 + \frac{m_1 gh}{\eta Lk} = 0{,}10$ m = 10 cm.

b) Atunci când corpul de masă m_2 ajunge la vârful planului înclinat corpul de masă m_1 se află la distanţa l de la vârful planului înclinat şi înălţimea lui deasupra bazei acestui plan este $h_1 = h\frac{L-l}{L}$. Deci energia potenţială gravitaţională a sistemului de corpuri în acest moment este $E_p = m_1 gh_1 + m_2 gh = m_2 gh\left(1 + \frac{L-l}{L}\right) = m_2 gh\left(2 - \frac{l}{L}\right)$; $E_p = 597$ J.

c) Corpurile de pe planul înclinat vor aluneca după încetarea acţiunii forţei de tracţiune dacă componenta forţei de greutate a fiecărui corp, paralelă cu planul înclinat, $F_1 = m_1 g\frac{h}{L}$ nu este mai mică decât forţa de frecare F_f ce acţionează asupra lui: $F_1 \geq F_f$. Forţa de tracţiune F ce acţionează asupra corpului de masă m_1, egală cu jumătate din cea care acţionează asupra sistemului de două corpuri, este $F = F_1 + F_f$, deci forţa de frecare $F_f = F - F_1$; astfel condiţia alunecării corpurilor ia forma $F_1 \geq F - F_1$ sau $2F_1 \geq F$. Ţinând cont

de expresiile pentru forțe, avem $2m_1 g\frac{h}{L} \geq \frac{m_1 gh}{\eta L}$ sau $\eta \geq \frac{1}{2}$. În condițiile problemei $\eta = 75\% = 0{,}75$, deci după încetarea acțiunii forței de tracțiune sistemul de corpuri va aluneca spre baza planului înclinat.

S.101. a) Unghiul $\beta = 45°$, deci lungimea firului este $OB = l_0\sqrt{2}$ și alungirea firului $\Delta l = l_0(\sqrt{2} - 1) = 0{,}207$ m. Forța elastică: $F_e = k\Delta l = 4{,}14$ N.

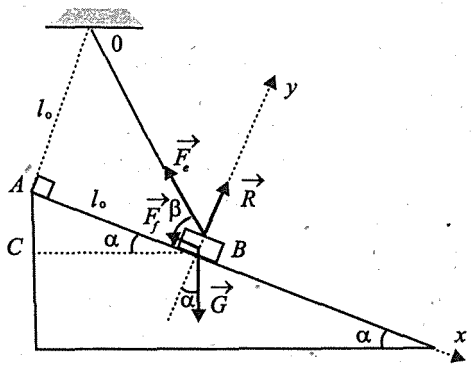


Fig. S.101

b) Reprezentăm forțele de acționează asupra corpului în B (fig. S.101): forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, forța elastică $\vec{F}_e$, reacțiunea normală $\vec{R}$ a planului înclinat și forța de frecare $\vec{F}_f$. Scriem condiția de echilibru a acestui sistem de forțe: $\vec{G} + \vec{F}_e + \vec{R} + \vec{F}_f = 0$. În proiecții pe direcțiile Bx și By, luate ca în figură, avem: $G\sin\alpha - F_e\cos\beta - F_f = 0$ și $F_e\sin\beta + R - G\cos\alpha = 0$. De aici deducem forța de apăsare normală, egală în modul cu reacțiunea R a planului înclinat,

$$R = G\cos\alpha - F_e\sin\beta = 5{,}72 \text{ N}$$

și forța de frecare

$$F_f = G\sin\alpha - F_e\cos\beta = 2{,}07 \text{ N}.$$

c) Lucrul forței de frecare se va calcula ca variația energiei mecanice a sistemului, în cazul de față ca variația energiei potențiale, deoarece în pozițiile A și B corpul se află în repaus. Avem $L_{cf} = \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe}$. Variația energiei potențiale gravitaționale (fig. S.101) este $\Delta E_{pg} = -mg \cdot AC = -mgl_0 \sin\alpha$, iar a celei potențiale elastice $\Delta E_{pe} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$. Avem $L_f = -mgl_0\sin\alpha + \frac{k(\Delta l)^2}{2} =$ $= -2{,}07$ J.

S.103. a) Comprimările resorturilor sunt aceleași și egale cu Δl, (fig. E.103) deci în cazul a) înălțimea corpului se micșorează cu $(h + \Delta l)$, iar în cazul b) cu $(H + \Delta l)$. Variațiile energiei potențiale gravitaționale sunt $\Delta E_{ga} = -mg(h + \Delta l)$ și $\Delta E_{gb} = -mg(H + \Delta l)$. În stările inițiale și finale corpurile au viteze, deci și energii cinetice, nule. În acest caz, în lipsa frecărilor, din legea conservării energiei mecanice rezultă că suma energiei potențiale gravitaționale și a celei de deformație este o mărime constantă $E_g + E_d = \text{const.}$, deci pentru variațiile lor avem $\Delta E_g + \Delta E_d = 0$. Inițial, resortul nu era deformat, prin urmare, $\Delta E_d = E_d$ este energia potențială de deformație a resortului comprimat cu Δl. Avem $E_d = \Delta E_d = -\Delta E_g$. Pentru cazurile a) și b) vom scrie $E_{da} = mg(h + \Delta l)$ și $E_{db} = mg(H + \Delta l)$. După cum se vede din figura E.103, $H > h$, deci $E_{db} > E_{da}$.

b) Exprimăm energiile potențiale ale resorturilor prin constantele de elasticitate și deformații: $E_{da} = \frac{k_1(\Delta l)^2}{2}$ și $E_{db} = \frac{k_2(\Delta l)^2}{2}$. Egalăm cu expresiile de la a). Avem $\frac{k_1(\Delta l)^2}{2} = mg(h + \Delta l)$ și $\frac{k_2(\Delta l)^2}{2} = mg(H + \Delta l)$, de unde constantele elastice ale resorturilor sunt $k_1 = \frac{2mg(h + \Delta l)}{(\Delta l)^2}$ și $k_2 = \frac{2mg(H + \Delta l)}{(\Delta l)^2}$.

S.105. Forța se consideră pozitivă dacă are același sens cu viteza, deci cu deplasarea. În intervalul de timp 0–5 secunde (vezi fig. E.105) forța efectuează un lucru pozitiv, ceea ce condiționează creșterea energiei cinetice a corpului, deci și a vitezei lui.

În intervalul 5–10 secunde forța este nulă, corpul se mișcă cu energie cinetică și viteză constante, adică starea de mișcare a corpului nu variază.

În fine, în intervalul 10–15 secunde forța este negativă, adică orientată în sens opus vitezei (și deplasării), lucrul acestei forțe este negativ, deci energia cinetică a corpului se micșorează cu timpul, corpul se mișcă cu o viteză ce descrește cu timpul. Forța negativă în intervalul 10–15 secunde este mai mică în modul decât cea pozitivă în intervalul 0–5 secunde. Aceasta înseamnă că descreșterea vitezei corpului în intervalul 10–15 secunde este mai lentă decât creșterea ei în intervalul 0–5 secunde.

S.107. a) Lucrul mecanic al forței constante F pe deplasarea d este $L = Fd$ și poate fi determinat ca aria dreptunghiului de înălțime F și lățime d, aria de sub graficul forței în funcție de deplasare. Ultima afirmație rămâne valabilă și în cazul forței variabile. Pentru valorile lucrului efectuat în fiecare etapă avem:

$$L_I = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 50 = 500 \text{ J}; \quad L_{II} = 20(150 - 50) = 2000 \text{ J};$$

$$L_{III} = \frac{1}{2}\cdot 20(250 - 150) = 1000 \text{ J}.$$

b) Energia cinetică după fiecare etapă este:

$E_{cI} = L_I = 500$ J, $E_{cII} = L_I + L_{II} = 2500$ J și $E_{cIII} = L_I + L_{II} + L_{III} = 3500$ J.

S.109. a) La înălțimea maximă energia cinetică a mingiei, deci și viteza ei, sunt nule. Astfel, din grafic (fig. E.109) stabilim $h_{max} = 30$ m.

b) În lipsa frecărilor energia mecanică se conservă. Deci, energia potențială la înălțime maximă este egală cu energia cinetică la sol (unde energia potențială este nulă) și este energia mecanică totală a mingii: $E_t = E_{pmax} = E_{c(sol)} = 88{,}2$ J. La 1/3 din înălțimea maximă energia potențială este $E_p = \frac{1}{3}mgh_{max} = \frac{1}{3}E_{pmax} =$ $= 29{,}4$ J, iar energia cinetică $E_c = E_t - E_p = 58{,}8$ J.

c) $E_{pmax} = mgh_{max}$, de unde masa mingii $m = \frac{E_{pmax}}{gh_{max}} = 0{,}3$ kg.

S.111. a) În lipsa frecării energia mecanică rămâne constantă. În poziția A energia cinetică a corpului este nulă, deci energia totală a corpului este egală cu energia sa potențială E_{pA} în poziția A, adică $E_t = E_{pA}$. În figura S.111 graficul respectiv reprezintă o dreaptă (continuă) paralelă cu axa absciselor.

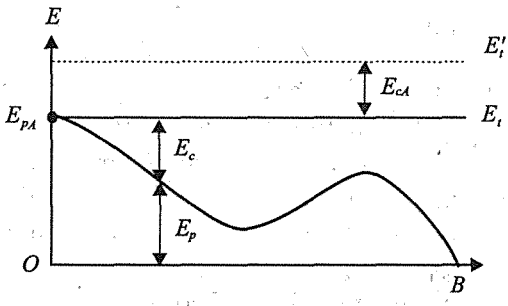


Fig. S.111

b) Energia totală este $E_t = E_c + E_p$, deci energia cinetică se va determina ca diferența dintre cea totală și cea potențială, deci ca distanța dintre graficele respective.

c) Dacă viteza corpului în poziția A este diferită de zero ($E_{cA} \neq 0$), atunci energia totală E_t' este egală cu suma energiilor în poziția A, adică $E_t' = E_{pA} + E_{cA} = E_t + E_{cA}$. Graficul energiei totale este paralel cu graficul energiei totale E_t' și se află mai sus de el cu E_{cA} (linia întreruptă în figura S.111).

S.113. În lipsa frecării energia cinetică a corpului la baza planului înclinat este egală cu energia potențială la înălțimea inițială. Evident, corpul, lansat în sus de-a lungul planului cu viteză egală cu cea cu care a ajuns aici la coborâre, va atinge înălțimea de la care a fost lăsat liber.

În prezența frecării energia cinetică a corpului la baza planului înclinat este mai mică decât energia sa potențială în poziția inițială. Corpul lansat în sus de-a lungul planului înclinat cu această energie cinetică nu va mai atinge înălțimea inițială: el se va opri la o înălțime mai mică (cu atât mai mică, cu cât forța de frecare este mai mare).

S.115. a) Asupra corpului ce urcă pe planul înclinat acționează forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului și forța de frecare $\vec{F}_f$ orientată de-a lungul planului înclinat în jos (fig. S.115).

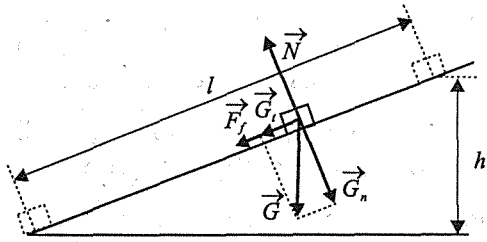


Fig. S.115

b) Egalăm variația energiei mecanice a corpului cu lucrul forței de frecare: $E_2 - E_1 = L_f$. În poziția în care corpul s-a oprit, energia cinetică este egală cu zero și $E_2 = E_{p2} = mgh$. În poziția inițială energia potențială este egală cu zero și $E_1 = E_{co}$. Lucrul forței de frecare este $L_f = -F_f \cdot l = -kmgl$. Avem $mgh - E_{co} = -kmgl$. Pentru energia cinetică a corpului în momentul lansării lui avem $E_{co} = mg(h + kl) = 90$ J.

c) Forța de frecare $F_f = kmg = 5$ N. Descompunem forța de greutate $\vec{G}$ (fig. S.115) în componente: $\vec{G}_t$ de-a lungul planului înclinat și $\vec{G}_n$ perpendiculară

pe el. Componenta $G_t = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l} = 10$ N. Observăm că $G_t > F_f$, deci corpul după oprire coboară pe planul înclinat, când forța de frecare va fi orientată de-a lungul planului înclinat în sus.

d) Egalăm variația energiei mecanice a corpului cu lucrul forței de frecare pentru mișcarea de revenire a corpului: $E_c - mgh = -F_f \cdot l$, de unde energia cinetică a corpului la revenirea în punctul de lansare $E_c = mgh - kmgl = mg(h - kl) = 30$ J.

e) În lipsa frecării corpul s-ar fi întors la locul de lansare cu energie cinetică egală cu cea inițială: $E_c = E_{co} = 90$ J.

S.117. a) Din legea conservării energiei mecanice: $E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2}$. În starea inițială $E_{c1} = 0$ și $E_{p1} = (m_1 + m_2)gh$, iar în momentul, în care corpul de masă m_2 atinge solul, corpul de masă m_1 se află la înălțimea $2h$ și $E_{p2} = m_1 g \cdot 2h$. Energia cinetică în starea finală: $E_{c2} = E_{c1} + E_{p1} - E_{p2} = (m_2 - m_1)gh = 40$ J.

b) Notăm energiile cinetice ale corpurilor de masă m_1 și m_2, în momentul considerat, cu E'_{c1} și E'_{c2}. Avem $E'_{c1} + E'_{c2} = E_{c2}$ și $\frac{E'_{c1}}{E'_{c2}} = \frac{m_1}{m_2}$. Din aceste relații stabilim: $E'_{c1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{c2}$ și $E'_{c2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{c2}$. Valorile numerice: $E'_{c2} = 12$ J și $E'_{c2} = 28$ J.

c) Aplicăm legea conservării energiei la corpul de masă m_1. La înălțimea $2h$ energia sa potențială este $E'_p = m_1 g \cdot 2h$ și cea cinetică $E'_{c1} = 12$ J. La atingerea înălțimii maxime H energia potențială a corpului este egală cu $m_1 gH$, iar cea cinetică cu zero. Avem $m_1 gH = m_1 g \cdot 2h + E'_{c1}$, deci $H = 2h + \frac{E'_{c1}}{m_1 g} = 2{,}4$ m.

S.119. a) Să determinăm forța de frecare ce acționează asupra corpului. Conform definiției randamentului $\eta = \frac{L_u}{L_c}$, în care lucrul util este egal cu creșterea energiei potențiale la ridicarea corpului la înălțimea h, adică $L_u = mgh$, iar lucrul consumat este egal cu lucrul util plus lucrul efectuat la învingerea forței de frecare $F_f \cdot l$, deci $L_c = mgh + F_f l$. Avem $\eta = \frac{mgh}{mgh + F_f l}$, de unde deducem forța de frecare $F_f = \frac{(1-\eta)mgh}{\eta l}$.

Corpul, coborând pe planul înclinat, parcurge distanța l pe acesta, apoi distanța d pe planul orizontal. Egalăm lucrul forței de frecare $L_f = -F_f(l + d)$ cu variația energiei potențiale a corpului $L_f = E_{p2} - E_{p1} = 0 - mgh$. Avem $F_f(l + d) = mgh$, de unde distanța parcursă de corp pe planul orizontal până la oprire: $d = \frac{mgh}{F_f} - l = l\frac{2\eta - 1}{1 - \eta} = 30$ m.

b) La ridicarea corpului pe planul înclinat forța de tracțiune a motorului

este egală cu forța de frecare F_f plus componenta forței de greutate a corpului în direcția planului înclinat $G_t = mg\frac{h}{l}$. Avem $F_{tr} = F_f + G_t = \frac{mgh}{\eta l}$. Puterea utilă $P_u = F_{tr} \cdot v = \eta_1 P$, de unde viteza căutată a corpului $v = \frac{\eta_1 P}{F_{tr}} = \frac{\eta\eta_1 lP}{mgh} = 1{,}6$ m/s.

S.121. a) Notăm cu E_{cB} energia cinetică a corpului de masă m în momentul anterior ciocnirii. Conform legii conservării energiei mecanice ea este egală cu energia potențială a corpului în punctul A: $E_{cB} = E_{pA} = mgl$. Energia „transferată" blocului de lemn este $E_b = \eta E_{cB} = \eta mgl = 8$ J.

b) Egalăm variația energiei cinetice a blocului de lemn cu lucrul forței de frecare: $0 - E_b = L_f = -F_f \cdot d$, de unde forța de frecare $F_f = \frac{E_b}{d} = 16$ N.

c) Forța de frecare este $F_f = kMg$, deci masa blocului din lemn $M = \frac{F_f}{kg} = 8$ kg.

d) Energia cinetică a corpului de masă m imediat după ciocnire $E_{cm} = E_{cB} - E_b = (1 - \eta)E_{cB} = (1 - \eta)mgl$ trece în energia potențială a corpului ridicat la înălțimea y, adică $E_{cm} = mgy$, de unde înălțimea $y = \frac{E_{cm}}{mg} = (1 - \eta)l = 0{,}6$ m.

S.123. a) Forța de apăsare pe planurile orizontale este egală cu mg, deci forța de frecare dintre corp și aceste planuri $F_{fr} = fmg$. Pe planul orizontal superior corpul se mișcă uniform sub acțiunea forțelor $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ și $\vec{F}_f$ deci $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{fr} = 0$ sau $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_{fr}$. Unghiul dintre direcțiile forțelor $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ este de 90°, deci modulul sumei lor este egal cu $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$. Avem $\sqrt{F_1^2 + F_2^2} = F_{fr}$, de unde $F_2 = \sqrt{F_{fr}^2 - F_1^2} = \sqrt{(fmg)^2 - F_1^2} = 100\sqrt{3}$ N = 173 N.

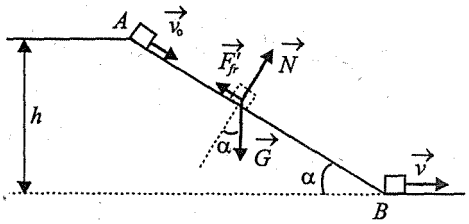


Fig. S.123

b) Forța de apăsare normală a corpului pe pantă este $N = mg\cos\alpha$, deci forța de frecare dintre corp și pantă $F'_{fr} = fmg\cos\alpha$. Notăm lungimea pantei cu l; atunci înălțimea ei este $h = l\sin\alpha$ (fig. S.123). Egalăm variația energiei mecanice a corpului cu lucrul forței de frecare pe pantă $E_B - E_A = L^P_{fr}$. Energia corpului la baza planului înclinat este egală cu energia sa cinetică: $E_B = \frac{mv^2}{2}$, iar la vârful planului corpul are și energie cinetică și energie potențială: $E_A = \frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_0^2}{2} + mgl\sin\alpha$. Lucrul forței de frecare pe pantă: $L^P_{fr} = -F'_{fr} \cdot l = -fmgl\cos\alpha$. Avem $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} - mgl\sin\alpha = -fmgl\cos\alpha$, de unde

lungimea pantei: $l = \frac{v^2 - v_o^2}{2g(\sin\alpha - f\cos\alpha)} = 45{,}9$ m.

c) Lucrul forței de frecare pe planul orizontal superior $L_{fr}^S = -F_{fr} \cdot v_o t = -fmgv_o t$; pe pantă a fost calculat la b) și anume: $L_{fr}^P = -fmgl\cos\alpha$. Pe planul orizontal inferior corpul se mișcă până la oprire, deci energia cinetică finală este egală cu zero, iar lucrul forței de frecare $L_{fr}^i = 0 - E_{cB} = -\frac{mv^2}{2}$. Astfel lucrul total al forței de frecare este $L_{fr} = L_{fr}^S + L_{fr}^P + L_{fr}^i = -fmg(v_o t + l\cos\alpha) - \frac{mv^2}{2} = -67{,}94$ kJ.

S125. a) Energia cinetică $\frac{mv_o^2}{2}$ a mingii imediat înainte de prima ciocnire a ei cu podeaua este egală cu energia potențială a sa la înălțimea h, adică $\frac{mv_o^2}{2} = mgh$, de unde $v_o = \sqrt{2gh}$. Imediat după prima ciocnire viteza mingii este $v_1 = \frac{1}{k}v_o$ și este orientată vertical în sus. Aceasta este și valoarea vitezei mingii imediat înainte de ciocnirea a doua cu podeaua, când viteza este orientată vertical în jos. După această a doua ciocnire cu podeaua, viteza mingii devine $v_2 = \frac{1}{k}v_1 = \frac{1}{k^2}v_o = \frac{1}{k^2}\sqrt{2gh}$. Energia ei cinetică în acest moment este $\frac{mv_2^2}{2}$ și ea se ridică la înălțimea h_2 determinată din condiția egalității energiei potențiale mgh cu cea cinetică. Obținem $mgh_2 = \frac{mv_2^2}{2}$, de unde $h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{1}{k^4}h$.

b) Viteza mingii imediat după ciocnirea a doua este $v_2 = \frac{1}{k^2}\sqrt{2gh}$; după cea a n-a ciocnire va fi $v_n = \frac{1}{k^n}\sqrt{2gh}$.

c) Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate între două ciocniri consecutive este egal cu zero – corpul parcurge în sus și în jos distanțe egale. Deci, lucrul mecanic efectuat de forța de greutate până imediat înaintea celei de a n-a ciocniri este egal cu lucrul efectuat de această forță până imediat înainte de prima ciocnire: $L = mgh$.

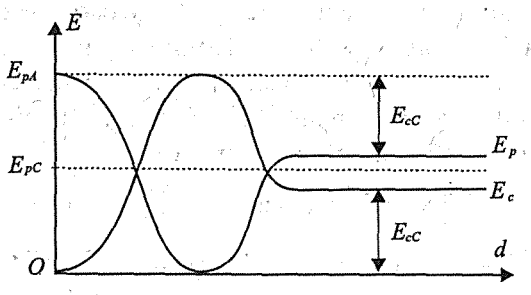


Fig. S.127

S.127. a) În punctele A și C echilibrul este instabil, în B – stabil și în D – indiferent.

b) Energia potențială este $E_p = mgh$; de aceea graficul ei are același aspect ca și profilul pe care se mișcă bila (figurile E.127 și S.127), pe axa ordonatelor

figurând însă energia. În lipsa frecărilor energia mecanică se conservă: $E = E_p + E_c = E_{pA}$, deoarece $E_{cA} = 0$. Avem $E_c = E_{pA} - E_p$, graficul respectiv obținându-se prin scădere (fig. S.127).

c) În lipsa frecării $E_{cC} = E_{pA} - E_{pC} = mg(h_1 - h_2)$. Folosind expresia energiei cinetice $E_c = \frac{mv^2}{2}$, exprimăm $v_c = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = 2{,}45$ m/s.

În prezența frecării pe porțiunea AB energia mecanică în B este $E_B = (1-k)E_{pA}$, iar energia cinetică în C devine $E'_{cC} = E_B - E_{pC} = (1-k)E_{pA} - E_{pC} = mg[(1-k)h_1 - h_2]$, iar viteza bilei este $v'_c = \sqrt{2g[(1-k)h_1 - h_2]} = 1{,}67$ m/s.

S.129. În figura S.129 reprezentăm lanțul în poziția inițială 1 (cu linii întrerupte) și în poziția 2 când capătul D se află în punctul B. La alunecarea fără frecare a lanțului energia potențială trece în energie cinetică. Ca nivel zero al energiei potențiale (nivel de la care se vor determina înălțimile) vom lua mijlocul lanțului în poziția 2. Atunci, în poziția 1 lanțul are numai energie potențială, iar în poziția 2 – numai energie cinetică. Legea conservării energiei mecanice ia forma $E_{c2} = E_{p1}$.

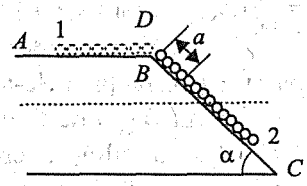


Fig. S.129

Notăm cu m masa lanțului. Atunci în poziția 1 masa porțiunii orizontale de lanț este egală cu $m\frac{L-a}{L}$, înălțimea centrului ei de greutate este $\frac{L}{2}\sin\alpha$, iar masa porțiunii de lanț de pe pantă este egală cu $m\frac{a}{L}$, centrul ei de greutate fiind la înălțimea $\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2}\right)\sin\alpha$. Astfel, $E_{p1} = m\frac{L-a}{L}g\cdot\frac{L}{2}\sin\alpha + m\frac{a}{L}g\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2}\right)\sin\alpha =$

$= \frac{mg(L^2-a^2)}{2L}\sin\alpha$.

Energia cinetică $E_{c2} = \frac{mv^2}{2}$. Egalând expresiile pentru energii, determinăm viteza căutată $v = \sqrt{g\frac{L^2-a^2}{L}\sin\alpha}$.

S.131. a) Asupra corpului de pe planul înclinat acționează forțele următoare (fig. S.131): forța de greutate $\vec{G}_1$, forța elastică $\vec{F}_e$, forța de tensiune $\vec{T}$ a firului, forța de frecare $\vec{F}_f$ și reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat. Corpul se află în repaus,

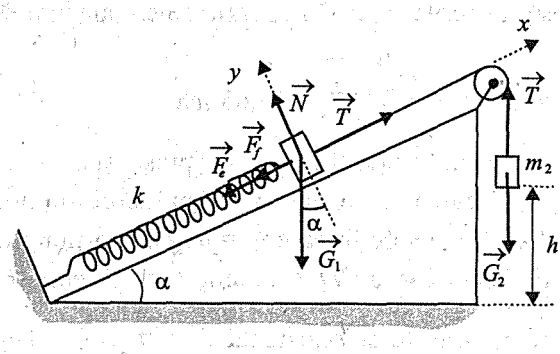


Fig. S.131

deci suma acestor forțe este nulă $\vec{G}_1 + \vec{F}_e + \vec{T} + \vec{F}_f + \vec{N} = 0$. În proiecții pe axele de coordonate, luate ca în figură, avem:

$$-G_1\sin\alpha - F_e + T - F_f = 0$$
$$-G_1\cos\alpha + N = 0.$$

Forța de frecare este $F_f = fG_1 = fm_1g$ și din prima ecuația pentru forța elastică obținem: $F_e = T - m_1g\sin\alpha - fm_1g$. Din condiția de echilibru a corpului de masă m_2 avem $T' = m_2g$ și, deoarece $T = T'$, rezultă $T = m_2g$. Astfel, forța elastică este $F_e = g[m_2 - m_1(\sin\alpha + f)]$, iar alungirea resortului $\Delta l = \frac{F_e}{k} = \frac{g}{k}[m_2 - m_1(\sin\alpha + f_1] = 0{,}04$ m = 4 cm.

b) După desprinderea resortului corpul m_2 coboară cu h, iar corpul m_1 parcurge distanța h de-a lungul planului înclinat.

Lucrul forței de frecare este $L_f = -F_f \cdot h = -fm_1gh = -1{,}6$ J. În acest timp înălțimea corpului m_1 crește cu $h\sin\alpha$, iar a corpului m_2 se micșorează cu h. Variațiile energiilor potențiale ale corpurilor sunt: $\Delta E_{p1} = m_1gh\sin\alpha = 8$ J; $\Delta E_{p2} = -m_2gh = -16$ J.

c) În momentul în care corpul m_2 atinge solul ambele corpuri au aceeași viteză v și energia cinetică $E_c = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$, care este egală cu variația energiei cinetice a corpurilor ($\Delta E_c = E_c$), deoarece ele au pornit din repaus. Egalăm variația energiei mecanice a sistemului cu lucrul forței de frecare: $\Delta E_c + \Delta E_{p1} + \Delta E_{p2} = L_f$ sau $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + m_1gh\sin\alpha - m_2gh = -fm_1gh$, de unde exprimăm viteza căutată: $v = \sqrt{\frac{2gh(m_2 - m_1(\sin\alpha + f))}{m_1 + m_2}} = \sqrt{3{,}2}$ m/s = 1,79 m/s.

S.133. a) Energia mecanică în poziția A este $E_A = E_{pA} + E_{cA} = mgl\sin\alpha + \frac{mv_0^2}{2} = 245$ J.

b) Alunecarea pe planul înclinat are loc fără frecare, deci energia mecanică se conservă: $E_B = E_A$. Energia potențială în B este zero, deci $E_B = E_{cB} = \frac{mv_B^2}{2} = E_A$. Rezultă $v_B = \sqrt{\frac{2E_A}{m}} = 15{,}65$ m/s.

c) În poziția D corpul se oprește și $E_D = 0$. Egalăm variația energiei mecanice la mișcarea pe porțiunea BD cu lucrul forțelor: $E_D - E_B = L$. Acesta este egal cu lucrul forței de frecare $F_f = fmg$ pe porțiunea BC plus lucrul forței de rezistență F_r pe porțiunea CD, și anume $L = -fmgd_1 - F_2d_2$. Avem $0 - E_A = -fmgd_1 - F_2d_2$. Rezultă forța de rezistență $F_r = \frac{1}{d_2}(E_A - fmgd_1) = 49$ N.

S.135. a) Considerând energia potențială în B egală cu zero, scriem legea conservării energiei mecanice a corpului sub forma $E_{cB} = E_{cA} + E_{pA}$ sau $\frac{mv_B^2}{2} = \frac{mv_o^2}{2} + mgh_o$, de unde viteza căutată $v_B = \sqrt{v_o^2 + 2gh_o} = 10$ m/s.

b) La prima revenire pe planul înclinat P_1 corpul ajunge la înălțimea maximă h într-un punct D, în care, evident, energia cinetică a corpului este nulă. Egalăm variația energiei mecanice a corpului $E_D - E_A$ cu lucrul forței de frecare pe porțiunea orizontală de la B spre C și înapoi de la C spre B. Avem $E_{pD} - (E_{pA} + E_{cA}) = L_f$. Aici $E_{pD} = mgh$, $E_{pA} = mgh_o$, $E_{cA} = \frac{mv_o^2}{2}$, forța de frecare $F_f = fmg$ și lucrul ei pe drumul $2l_o$ este $L_f = -fmg \cdot 2l_o$. Astfel: $mgh - (mgh_o + \frac{mv_o^2}{2}) = -2fmgl_o$, de unde înălțimea $h = h_o + \frac{v_o^2}{2g} - 2fl_o = 3$ m.

c) Corpul poate să se oprească numai pe porțiunea orizontală, energia mecanică în starea finală fiind egală cu zero. Notăm cu s distanța parcursă de corp pe porțiunea orizontală până la oprire. Lucrul forței de frecare pe această distanță: $L_{fo} = -fmgs$. Egalăm acest lucru cu variația energiei mecanice a corpului $L_{fo} = 0 - (E_{pA} - E_{cA})$ sau $-fmgs = -mgh_o - \frac{mv_o^2}{2}$, de unde $s = \frac{1}{f}(h_o + \frac{v_o^2}{2g}) = 50$ m, adică $s = 5\,l_0$. La fiecare revenire pe planul înclinat P_1 corpul parcurge pe planul orizontal distanța $2l_o$. Deci corpul revine pe planul P_1 de două ori, apoi coboară de pe el și parcurge până la oprire o distanță l_o, adică se oprește în punctul C, la baza planului înclinat P_2.

S.137. a) Energia mecanică a corpului în starea A este $E_A = E_{p1} = mgh_1$, iar în starea B este $E_B = E_{p2} + E_{c2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}$. Conform legii conservării energiei $E_A = E_B$, de unde obținem $v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = 4{,}47$ m/s.

b) Înălțimea maximă h_3 la care se ridică corpul după părăsirea pistei este determinată de viteza verticală a corpului în punctul B, egală cu $v_2\sin\alpha$. Energia cinetică a corpului în mișcare orizontală nu variază. Ținând cont că la înălțimea h_3 viteza verticală a corpului este nulă, legea conservării energiei mecanice ia forma $mgh_3 = mgh_2 + \frac{m(v_2\sin\alpha)^2}{2}$, de unde $h_3 = h_2 + \frac{v_2^2\sin^2\alpha}{2g} = h_2 + (h_1 - h_2)\sin^2\alpha = 0{,}8$ m.

5. Echilibrul mecanic al solidului

S.139. a) Reprezentăm în figura S.139 sistemul de forțe ce acționează asupra scândurii: forțele de greutate $\vec{G}$, $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$ și forța de reacțiune $\vec{R}$ a suportului. Scândura se află în echilibru, deci $\vec{R} + \vec{G} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2 = 0$ sau în proiecții $R - G - G_1 - G_2 = 0$, de unde rezultă $R = G + G_1 + G_2 = 570$ N.

b) Egalăm cu zero suma momentelor forțelor în raport cu punctul de sprijin O al scândurii: $G_2 \cdot L_{o2} - G_1 \cdot L_{o1} = 0$, de unde deducem $L_{o2} = \frac{G_1}{G_2} L_{o1} = 4$ m.

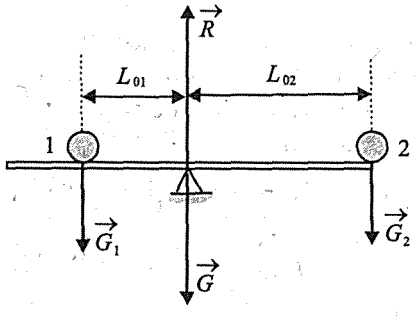


Fig. S.139

La mișcarea corpurilor cu viteze constante v_1 și v_2 spre punctul de sprijin, brațele forțelor $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$ în momentul t sunt $(L_{o1} - v_1 t)$ și $(L_{o2} - v_2 t)$. Scândura rămâne orizontală. Egalăm cu zero suma momentelor în raport cu O. Avem $G_1(L_{o1} - v_1 t) = G_2(L_{o2} - v_2 t) = 0$. Ținând cont de expresia pentru L_{o2}, obținem viteza corpului al doilea $v_2 = v_1 \frac{G_1}{G_2} = 4$ m/s.

c) Echilibrul se va menține până ce corpurile ajung la punctul de sprijin în momentul $t = \frac{L_{o1}}{v_1} = \frac{L_{o2}}{v_2} = 1$ s.

S.141. Notăm lungimea brațului din stânga cu l_1 și a celui din dreapta cu l_2. Condițiile de echilibru pentru cele două cazuri sunt:

$$Gl_1 = F_1 l_2,$$
$$F_2 l_1 = Gl_2.$$

Împărțind o relație cu cealaltă, obținem $\frac{G}{F_2} = \frac{F_1}{G}$, de unde exprimăm greutatea reală a obiectului $G = \sqrt{F_1 F_2} = 37{,}44 \cdot 10^{-2}$ N.

Media aritmetică: $G_m = \frac{F_1 + F_2}{2} = 37{,}50 \cdot 10^{-2}$ N.

Eroarea comisă: $\frac{\Delta G}{G} = \frac{|G - G_m|}{G} = 0{,}0016 = 0{,}16\%$.

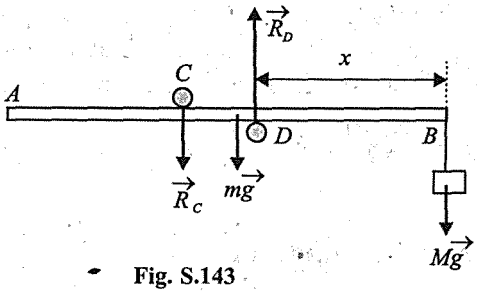


Fig. S.143

S.143. a) Asupra grinzii acționează forțele următoare (fig. S.143): forța de greutate proprie $m\vec{g}$ aplicată în mijlocul grinzii, forța de greutate $M\vec{g}$ a corpului suspendat la capătul B al grinzii, reacțiunile $\vec{R}_C$ și $\vec{R}_D$ ale rolelor. La echilibru $R_D = R_C + (M + m)g$. Reacțiunea R_D nu poate depăși valoarea maximă F_0, deci valoarea masei M este maximă atunci când $R_D = F_0$ și $R_C = 0$, adică $M = \frac{F_0}{g} - m$. Condiția $R_C = 0$ necesită ca echilibrul să fie asigurat numai de rola D. Notăm cu x distanța de la această rolă până la capătul B al grinzii (fig. S.143). Regula

momentelor în raport cu D (în lipsa rolei C) ia forma: $mg(\frac{L}{2} - x) - Mgx = 0$,

de unde $x = \frac{mgL}{2(m+M)g} = \frac{mgL}{2F_o}$.

b) Masa maximă: $M = \frac{F_o}{g} - m$.

S.145. O ramură a pârghiei are o lungime de două ori mai mare decât cealaltă, deci masa ei este $m_a = 2m_b$, adică $m_a = \frac{2}{3}m$ şi $m_b = \frac{1}{3}m$. Forţele de greutate respective sunt aplicate în mijlocul laturilor, ca în figura S.145. Scriem regula momentelor în raport cu punctul de suspendare O:

$m_1 g a \sin\alpha + m_a g \frac{a}{2}\sin\alpha - m_2 g b \cos\alpha - m_b g \frac{b}{2}\cos\alpha = 0$.

Ţinând cont de relaţia dintre lungimi ($a = 2b$) şi de valorile maselor, obţinem $\mathrm{tg}\alpha = 1$, adică unghiul $\alpha = 45°$.

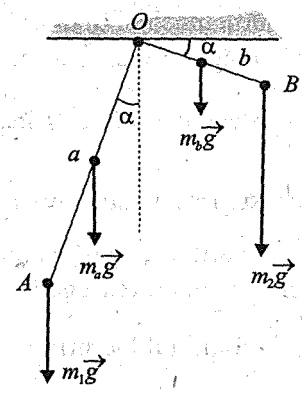


Fig. S.145

S.147. Forţa de greutate a podului G este aplicată la mijlocul acestuia. Egalăm, pentru cazul a), suma momentelor forţelor în raport cu punctul O: $F_1 d - G\frac{l}{2} = 0$. Din asemănarea triunghiurilor dreptunghice cu vârful comun A avem $\frac{d}{l} = \frac{h}{\sqrt{l^2+h^2}}$, de unde braţul $d = \frac{hl}{\sqrt{l^2+h^2}}$, iar forţa $F_1 = G\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{2h}$.

În cazul b) braţul forţei $\vec{G}$ în raport cu punctul O este $\frac{1}{2}\sqrt{l^2-h^2}$. Condiţia de echilibru ia forma $F_2 h - \frac{1}{2}G\sqrt{l^2-h^2} = 0$, de unde $F_2 = G\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{2h}$.

Raportul căutat: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sqrt{l^2+h^2}}{\sqrt{l^2-h^2}}$.

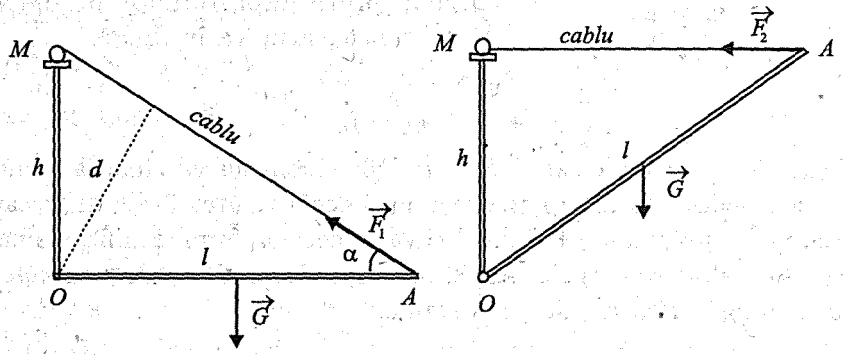


Fig. S.147

S.149. Lucrul consumat la rostogolirea cubului se va calcula ca variația energiei potențiale a acestuia. În poziție inițială centrul de greutate se află la înălțimea $\frac{a}{2}$, măsurată de la nivelul suprafeței orizontale (vezi fig. E.149). În timpul rostogolirii în jurul muchiei ce trece prin O, perpendicular pe planul figurii, centrul de greutate al cubului trebuie ridicat la o înălțime egală cu jumătate din lungimea diagonalei feței cubului, adică la înălțimea $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Notând masa cubului cu m, pentru lucrul consumat la rostogolire avem $L_1 = mg\frac{a\sqrt{2}}{2} - mg\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}mga = 0{,}207$ J.

Forța F_2, egală în modul cu forța de frecare, ia valoarea $F_2 = \mu mg$ și lucrul ei pe deplasarea egală cu a este $L_2 = F_2 a = \mu mga = 0{,}200$ J.

Raportul lucrurilor: $\frac{L_2}{L_1} = \frac{2\mu}{\sqrt{2}-1}$. Evident, $L_2 > L_1$ pentru $\mu > \frac{\sqrt{2}-1}{2} = 0{,}207$ și $\frac{L_2}{L_1} < 1$ dacă $\mu < 0{,}207$.

Forța minimă F_1 se va determina egalând cu zero suma momentelor forțelor în raport cu axa de rotație ce trece prin O. Avem $G\frac{a}{2} - F_1 a = 0$, de unde $F_1 = \frac{1}{2}G = \frac{1}{2}mg = 5$ N.

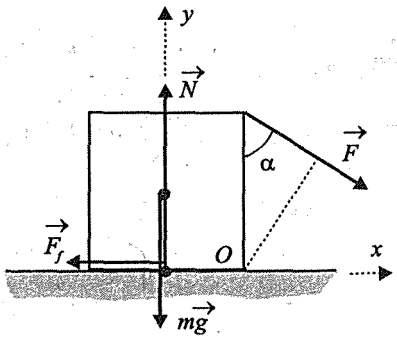


Fig. S.151, a

S.151. Reprezentăm în figura S.151, a cubul și forțele ce acționează asupra lui: forța dată $\vec{F}$, forța de greutate $m\vec{g}$, reacțiunea normală a planului $\vec{N}$ (egală în modul și de sens opus cu forța de apăsare normală) și forța de frecare $\vec{F}_f$.

Scriem condiția de echilibru de translație a forțelor

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_f = 0$$

sau a proiecțiilor forțelor pe axele de coordonate, luate ca în figură:

$$F\sin\alpha - F_f = 0$$

$$-F\cos\alpha + N - mg = 0.$$

Avem $N = mg + F\cos\alpha$ și $F_f = F\sin\alpha$. Cubul nu va aluneca (echilibru static) dacă această forță (F_f) este mai mică decât valorea forței de frecare de alunecare $F_{fa} = \mu N = \mu(mg + F\cos\alpha)$ și va aluneca uniform (echilibru dinamic) dacă aceste valori sunt egale. Astfel, condiția de echilibru de translație este $F\sin\alpha \le \mu(mg + F\cos\alpha)$, de unde rezultă:

$$\frac{F}{mg} \le \frac{\mu}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}. \qquad (1)$$

Să stabilim condiția de echilibru de rotație, de rostogolire în jurul muchiei O. În situația limită, când cubul începe a se roti în jurul muchiei O, reacțiunea normală N devine nulă, luând naștere o reacțiune aplicată în O, al cărei moment în raport cu O este nul. Forța $\vec{F}$ rotește cubul în sens orar având momentul egal cu $Fl\sin\alpha$, unde l este lungimea muchiei cubului. Forța de greutate $\vec{mg}$ rotește în sens antiorar și momentul ei în raport cu O este: $mg\frac{l}{2}$. Condiția de echilibru de rotație ia forma:

$$Fl\sin\alpha \leq mg\frac{l}{2}$$

sau

$$\frac{F}{mg} \leq \frac{1}{2\sin\alpha} \qquad (2)$$

Egalând expresiile din partea dreaptă a relațiilor (1) și (2) obținem acea valoare μ_1 pentru care condițiile coincid: $\mu_1 = \frac{\sin\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2\operatorname{tg}\alpha + 1}$.

Reprezentăm grafic expresiile din părțile din dreapta ale relațiilor (1) și (2) în figura S.151, b. Observăm că funcția $f(\mu) = \frac{\mu}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$ (partea din dreapta a expresiei (1)) este o funcție crescătoare de la 0 pentru $\mu = 0$ și tinde către infinit pentru valoarea $\mu_2 = \operatorname{tg}\alpha$. Evident, $\mu_2 > \mu_1$.

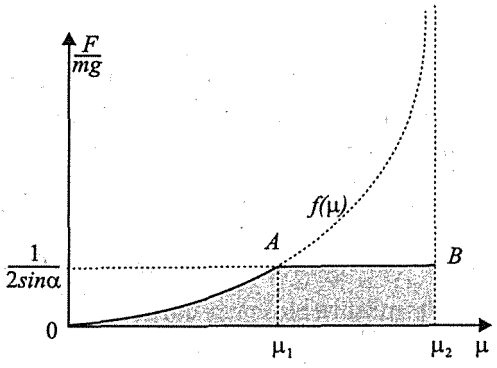


Fig. S.151,b

Astfel, porțiunea OA corespunde stării de echilibru dinamic de translație (stările de sub ea corespund echilibrului static de translație) al cubului, care în același timp se află și în echilibru de rotație. Porțiunea AB și stările de sub ea corespund stărilor de echilibru static de translație și de echilibru de rotație ale corpului.

S.153. a) Bara de masă m_o, fiind omogenă, va acționa asupra fiecărui resort de la capetele sale cu forțe egale cu $\frac{m_o g}{2}$. Deoarece resorturile în stare nedeformată au avut lungimi egale, bara rămâne orizontală dacă deformațiile resorturilor sunt egale între ele: $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_o = \frac{1}{k_1}(m_1 + \frac{m_o}{2})g = \frac{1}{k_2}(m_2 + \frac{m_o}{2})g$.

Atât timp cât bara rămâne orizontală și asupra ei nu acționează alte forțe verticale, deformațiile resorturilor iau valoarea indicată mai sus.

b) Reprezentăm în figura S.153 pozițiile corpurilor în momentul în care ele se află la distanțele $v_1 t$ și $v_2 t$ de la capetele respective ale barei. Bara

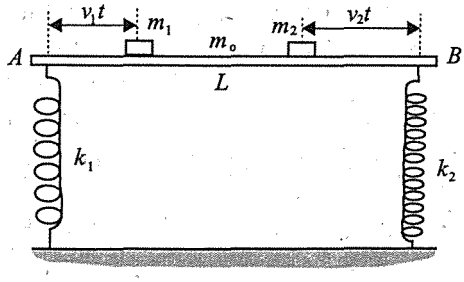


Fig. S.153

rămâne orizontală dacă rămâne aceeaşi acţiunea corpurilor m_1 şi m_2 asupra fiecărui resort. Asupra capătului B trebuie să acţioneze o forţă echivalentă cu $m_2\vec{g}$. Scriem regula momentelor în raport cu capătul A: $m_2gL = m_2g(L - v_2t) + m_1v_1t$, de unde rezultă $m_2v_2 = m_1v_1$, adică $v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$.

Acelaşi rezultat se obţine aplicând regula momentelor în raport cu capătul B şi cerând ca acţiunea forţelor de greutate ale celor două corpuri să fie echivalentă cu forţa m_1g. Avem $m_1gL = m_1g(L - v_1t) + m_2v_2t$, de unde obţinem din nou $v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$.

c) Rezultatul punctului a) ne permite să formulăm relaţia dintre masele m_1, m_2 şi m_o, pentru ca bara să rămână orizontală: $\frac{1}{k_1}(m_1 + \frac{m_o}{2})g = \frac{1}{k_2}(m_2 + \frac{m_o}{2})$ sau $m_o(k_1 - k_2) = 2(m_1k_2 - m_2k_1)$.

S.155. a) Forţa cu care trebuie acţionată manivela ia valoarea maximă la începutul ridicării corpului. În acel moment, greutatea ridicată este egală cu greutatea corpului şi a cablului întreg, adică $(M + m_ol)g$. Braţul acestei forţe este $\frac{1}{2}(D + d)$. Regula momentelor ia forma (vezi fig. E.155): $F_{max} \cdot R =$ $= (M + m_ol)g \cdot \frac{1}{2}(D + d)$, de unde $F_{max} = \frac{(M + m_ol)g(D + d)}{2R} = 1540$ N.

Pe măsura ridicării corpului cablul se înfăşoară pe cilindru, forţa aplicată F scade şi atinge valoarea minimă în momentul în care cablul este înfăşurat pe cilindru. Avem $F_{min} = \frac{Mg(D + d)}{2R} = 1100$ N.

Astfel, forţa cu care trebuie acţionată manivela pentru a ridica corpul, iniţial ia valoarea $F_{max} = 1540$ N şi scade apoi până la $F_{min} = 1100$ N.

b) În timpul ridicării corpului la înălţimea h centrul său de greutate se ridică la această înălţime, iar centrul de greutate al cablului de lungime $l = h$ se ridică la înălţimea $\frac{h}{2}$. Lucrul mecanic consumat este egal cu creşterea energiei potenţiale a sistemului corp-cablu, şi anume

$$L = Mgh + m_olg\frac{h}{2} = (M + \frac{1}{2}m_ol)gh = 240 \text{ kJ}.$$

S.157. a) În cazul 1) tija se va înclina cu un unghi α_1 faţă de direcţia verticală ce trece prin O (fig. S.157, a, 1), astfel că suma momentelor celor două forţe de greutate $m\vec{g}$ şi $m_1\vec{g}$ în raport cu punctul O (sau cu orice punct de pe verticala din O) este nulă:

$$mg(l + R)\sin\alpha_1 - m_1g(R\cos\alpha_1 - (l + R)\sin\alpha_1) = 0.$$

De aici rezultă:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{m_1R}{(m + m_1)(l + R)}.$$

În cazul 2) firul de suspensie rămâne vertical, raza BC înclinându-se cu un unghi α_2 față de direcția verticală, astfel că suma momentelor forțelor $m\vec{g}$ și $m_1\vec{g}$ în raport cu B (sau cu orice punct de pe verticala OB) este nulă:

$$mgR\sin\alpha_2 - m_1g(R\cos\alpha_2 - R\sin\alpha_2) = 0,$$

de unde:

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{m_1}{m + m_1}.$$

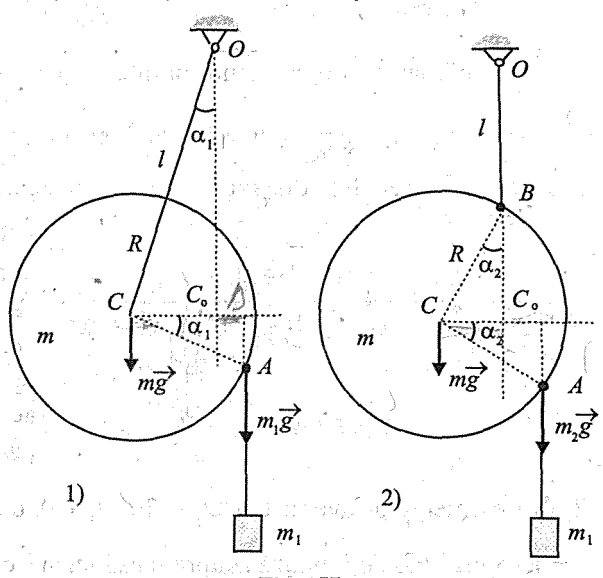


Fig. 157, a

b) Cablul ce se desfășoară este tangent la disc (fig. S.157, b). Notăm cu β_1 unghiul format de tijă cu verticala ce trece prin O (fig. S.157, b,1). Condiția de echilibru ia forma:

$$mg(l + R)\sin\beta_1 - m_1g[R - (l + R)\sin\beta_1)] = 0,$$

de unde

$$\sin\beta_1 = \frac{m_1R}{(m + m_1)(l + R)}$$

În cazul 2) notăm cu β_2 unghiul format de raza BC cu verticala (fig. S.157, b,2). Scriem condiția de echilibru

$$mgR\sin\beta_2 - m_1(R - R\sin\beta_2) = 0,$$

de unde obținem

$$\sin\beta_2 = \frac{m_1}{m + m_1}.$$

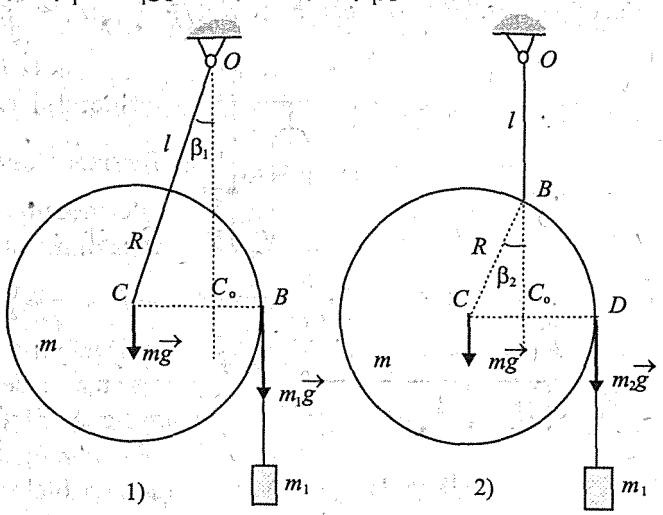


Fig. S.157, b

c) După cum se vede din figura S.157,a,1) distanța $CC_0 = (l + R)\sin\alpha_1$. Dar $\sin\alpha_1 = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha_1}} = \frac{m_1R}{\sqrt{(m + m_1)^2(l + R)^2 + m_1^2R^2}}$ și $CC_0 = \frac{m_1R(l + R)}{\sqrt{(m + m_1)^2(l + R)^2 + m_1^2R^2}}$.

În cazul din figura S.157, a,2) avem: $CC_o = R\sin\alpha_2 = \frac{m_1 R}{\sqrt{m_1^2 + (m + m_1)^2}}$.

În următoarele două cazuri obținem: $CC_o = (l + R)\sin\beta_1 = \frac{m_1 R}{m + m_1}$ și $CC_o = R\sin\beta_2 = \frac{m_1 R}{m + m_1}$, adică în cazul corpului m_1, suspendat de cablul ce se desfășoară de pe disc, distanțele CC_0 sunt egale între ele.

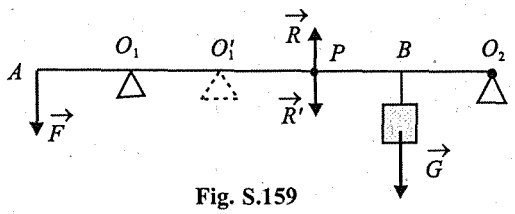


Fig. S.159

S.159. a) Cercetăm echilibrul pârghiei PO_2. În punctul B este aplicată forța de greutate $G = \rho Vg = \rho abcg = 30$ N. În punctul P, asupra pârghiei PO_2 acționează reacțiunea din partea pârghiei AP (fig. S.159). Conform regulii momentelor avem: $G \cdot BO_2 - R \cdot PO_2 = 0$, deci $R = G\frac{BO_2}{PO_2} = \frac{1}{2}G = 15$ N.

Pârghia PO_2 acționează asupra pârghiei AP cu forța $\vec{R}' = -\vec{R}$ (fig. S.159). Scriem regula momentelor pentru pârghia AP în raport cu punctul de sprijin O_1, și anume $F \cdot AO_1 - R' \cdot O_1P = 0$, de unde $F = R \cdot \frac{O_1P}{AO_1} = 2R = 30$ N.

b) Regula momentelor pentru pârghia AP în raport cu O_1' ia forma: $F' \cdot AO_1' - R' \cdot O_1'P = 0$, deci $F' = R\frac{O_1'P}{AO_1'} = \frac{1}{2}R = 7{,}5$ N.

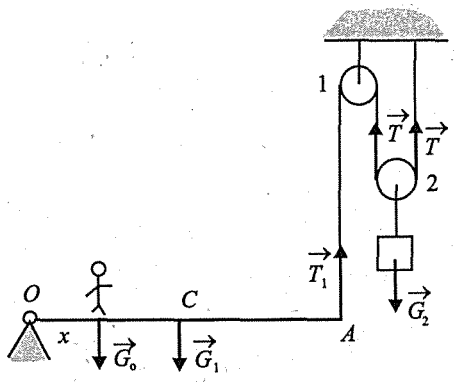


Fig. S.161

S.161. Cercetăm echilibrul scripetului mobil 2 (figura S.161). Tensiunea este $T = \frac{G_2}{2} = \frac{1}{2}m_2 g$. Prin intermediul scripetului fix 1 asupra capătului A al barei acționează o forță $T_1 = T = \frac{1}{2}m_2 g$. La mijlocul barei este aplicată forța de greutate $G_1 = m_1 g$, iar la distanța x de capătul O al barei este aplicată forța de greutate a omului $G_o = m_o g$. Egalăm cu zero suma algebrică a momentelor forțelor în raport cu punctul O: $T_1 \cdot OA - G_1 \cdot OC - G_o \cdot x = 0$, de unde $x = \frac{T_1 \cdot OA - G_1 \cdot OC}{G_o} = \frac{(m_2 - m_1)l}{2m_o} =$ $= 1{,}6$ m.

S.163. a) Deoarece S_2 este un scripete mobil (vezi fig. E.163), forța F este de două ori mai mare decât tensiunea T a firului trecut peste scripeți:

$F = 2T$. Forța ce acționează vertical în sus asupra capătului A al barei are modulul egal cu T. Brațul ei în raport cu O este de 2 ori mai mare decât brațul forței rezultante de greutate $(G_0 + m_1 g)$ aplicată la mijlocul barei. Deci $T = \frac{1}{2}(G_0 + m_1 g)$ și $F = G_0 + m_1 g = 150$ N.

b) Când corpul m_1 începe să alunece uniform pe bară, forța de frecare este egală în modul cu componenta forței de greutate a ei de-a lungul planului înclinat. Avem $F_f = m_1 g \frac{h}{l} = 25$ N.

c) Lucrul mecanic cheltuit numai pentru ridicarea barei (fără corp) este egal cu creșterea energiei potențiale a acesteia. Centrul de greutate al barei a fost ridicat la înălțimea $\frac{h}{2}$, deci lucrul cheltuit este $L = G_o \frac{h}{2} = 25$ J.

S.165. a) Forțele ce acționează în sistem sunt reprezentate în figura S.165. Asupra corpului de masă m acționează forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat și tensiunea firului $\vec{T}$. Evident, în lipsa frecărilor tensiunile au modulele egale: $T = T' = T'' = T'''$. În fine, asupra pârghiei acționează tensiunea $\vec{T}'''$ și forța $\vec{F}$ aplicată la capătul pârghiei.

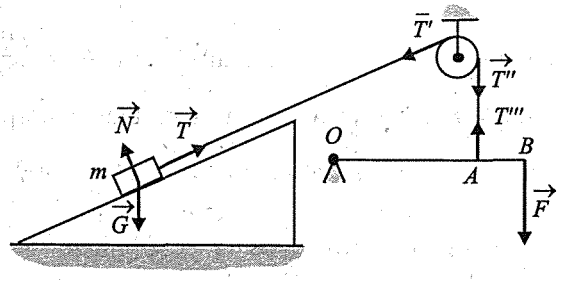


Fig. S.165

b) La deplasarea uniformă a corpului în lungul planului înclinat tensiunea firului este $T = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}$. Scriem condiția de echilibru a pârghiei: $F \cdot OB = T''' \cdot OA$ sau $Fl = T''' \cdot \frac{4}{5}l$, de unde $F = \frac{4}{5}T''' = \frac{4}{5}T = \frac{4}{5}mg\frac{h}{l} = 16$ N.

c) În prezența frecărilor tensiunile $T_1' = T_1$ și $T_1''' = T_1''$, unde $T_1'' \neq T_1'$, indicele 1 referindu-se la prezența frecărilor.

Lucrul util la ridicarea corpului pe planul înclinat este $L_u = Gh = mgh$, iar lucrul consumat $L_c = T_1 l$. Din definiția randamentului $\eta_1 = \frac{L_u}{L_c} = \frac{mgh}{T_1 l}$ determinăm $T_1 = \frac{mgh}{\eta_1 l}$. În cazul scripetelui fix randamentul este $\eta_2 = \frac{T_1'}{T_1''}$, deci $T_1'' = \frac{T_1'}{\eta_2} = \frac{mgh}{\eta_1 \eta_2 l}$. În fine, forța aplicată la capătul pârghiei $F = \frac{OA}{OB}T_1''' =$

$= \frac{4}{5}T_1''' = \frac{4}{5}T_1'' = \frac{4mgh}{5\eta_1\eta_2 l} = 40$ N.

d) Forța de frecare $F_f = T_1 - mg\frac{h}{l} = \frac{mgh}{\eta_1 l} - mg\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = 5$ N.

S.167. a) Lucrul util efectuat la ridicarea corpului pe planul înclinat este $L_u = mgh$, iar lucrul consumat pentru aceasta $L_c = L_u + L'_f$, unde $L'_f = F_f \cdot l$ este lucrul consumat la învingerea frecării dintre corp și plan. În conformitate cu definiția randamentului $\eta_1 = \frac{L_u}{L_c} = \frac{mgh}{mgh + F_f l}$, de unde exprimăm forța de frecare: $F_f = \frac{(1-\eta_1)mgh}{\eta_1 l} = \frac{4}{9}$ N = 0,44 N.

b) Notăm cu T forța de tensiune a firului. Scripeții fiind ideali, tensiunea este una pe toată lungimea lui. Deci asupra capătului B al pârghiei acționează o forță egală cu T și orientată în jos. Randamentul pârghiei este $\eta_2 = \frac{OB \cdot T}{OA \cdot F}$, de unde pentru forța căutată avem $F = \frac{OB}{OA} \cdot \frac{T}{\eta_2}$. Dar tensiunea firului este egală cu componenta forței de greutate a corpului de-a lungul planului înclinat, $G_1 = mg\frac{h}{l}$, plus forța de frecare: $T = mg\frac{h}{l} + F_f = \frac{mgh}{\eta_1 l}$, unde s-a ținut cont de expresia pentru F_f de la a). Obținem: $F = \frac{OB}{OA} \cdot \frac{mgh}{\eta_1 \eta_2 l} = 4{,}73$ N.

c) Lucrul util: $L_u = mgh = 8$ J.

Randamentul planului înclinat este $\eta_1 = \frac{L_u}{L_c}$, unde L_c este lucrul consumat la ridicarea corpului pe planul înclinat, randamentul pârghiei $\eta_2 = \frac{L_u}{L_{ct}}$, unde L_{ct} este lucrul total consumat, ce ține cont atât de frecările pe planul înclinat, cât și de cele din pârghie. Astfel, $L_{ct} = \frac{L_c}{\eta_2} = \frac{L_u}{\eta_1 \eta_2} = 11{,}35$ J.

d) Randamentul ansamblului de mecanisme: $\eta = \frac{L_u}{L_{ct}} = \eta_1 \eta_2 = 0{,}705 = 70{,}5\%$.

S.169. a) Asupra corpului acționează forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, forța de frecare $\vec{F}_f$ orientată de-a lungul planului înclinat în jos, reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat și forța $\vec{F}_t$ de tensiune a firului ce leagă acest corp de scripetele mobil (fig. S.159).

Asupra scripetelui mobil acționează tensiunile $\vec{T}$, egale între ele și forța $\vec{F}'_t$ din partea corpului, unde $\vec{F}'_t = -\vec{F}_t$. Asupra scripetelui fix acționează tensiunile $\vec{T}'$ și $\vec{T}'_1$ egale între ele în modul, cât și reacțiunea în ax (nu este indicată în figură). În fine, asupra pârghiei acționează forța $\vec{F}$, tensiunea $\vec{T}''_1$, egală în modul cu $\vec{T}'_1$, și reacțiunea în articulația O (în figură nu este indicată).

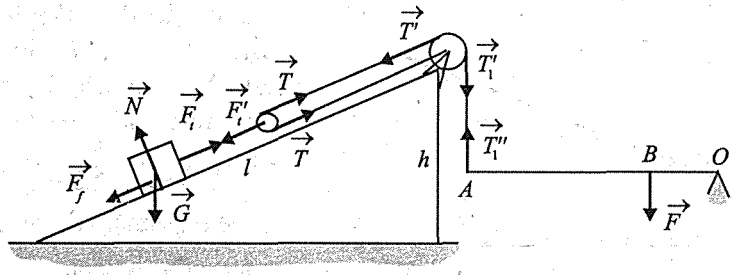


Fig. S.169

b) Forța de tracțiune (fig. S.169) este $F_t = G_1 + F_f$, unde modulul componentei forței de greutate G de-a lungul planului înclinat: $G_t = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}$, deci $F_t = (mg\frac{h}{l} + F_f)$. Tensiunea este $T = \frac{F_t}{2} = \frac{1}{2}(mg\frac{h}{l} + F_f)$. Aceeaşi valoare o au şi tensiunile $T_1'' = T_1' = T' = T = \frac{1}{2}(mg\frac{h}{l} + F_f)$.

În fine, egalăm între ele momentele în raport cu O ale forțelor care acționează asupra pârghiei în sensuri opuse: $F \cdot OB = T_1'' \cdot OA$ sau

$$F = T_1'' \cdot \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}(mg\frac{h}{l} + F_f)\frac{l}{h} = \frac{1}{2}(mg + F_f\frac{h}{l}) = 700 \text{ N}.$$

c) Randamentul planului: $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{L_u}{L_u + L_f} = \frac{mgh}{mgh + F_f l} = \frac{5}{14} = 35.7\%$.

d) Puterea este $P = F_t \cdot v$, de unde viteza cu care se deplasează corpul $v = \frac{P}{F_t} = \frac{P}{mg\frac{h}{l} + F_f} = 3$ m/s.

S.171. Cercetăm echilibrul pârghiei OA pentru momentul t_1 în care corpul m_1 se află la distanța $x = vt$ de la punctul O (fig. S.171, a). Egalăm între ele momentele forțelor ce tind să rotească pârghia în sensuri opuse în raport cu punctul O: $T \cdot L = G\frac{L}{2} + G_1 x$, de unde rezultă: $T = \frac{1}{2}mg + m_1 g\frac{vt}{L}$.

Pentru momentul $t = 0$ avem $T' = T = \frac{1}{2}mg = 2{,}5$ N, în timp ce greutatea bilei $m_2 g = 0{,}5$ N, adică $T > m_2 g$, ceea ce înseamnă că în momentul inițial resortul era deja comprimat.

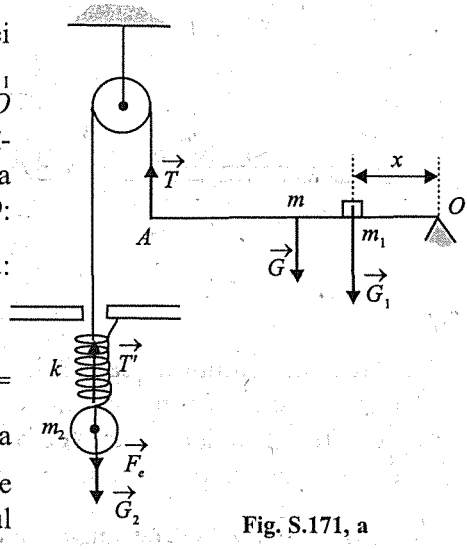


Fig. S.171, a

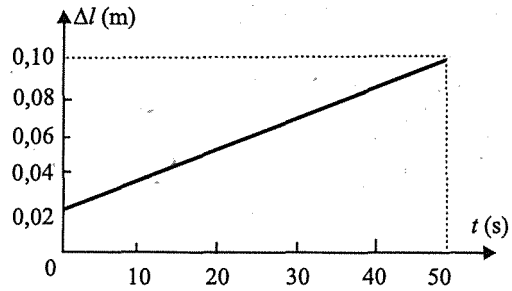


Fig. S.171, b

Condiția de echilibru a bilei este: $T' = F_e + G_2$. Forța elastică este $F_e = k\Delta l$, deci $T' = k\Delta l + m_2 g$. Egalând $T' = T$, obținem $k\Delta l + m_2 g = \frac{1}{2}mg + m_1 g\frac{vt}{L}$, de unde exprimăm deformația resortului $\Delta l = \frac{g}{k}(\frac{1}{2}m - m_2 + m_1\frac{vt}{L})$.

Substituind valorile numerice, avem $\Delta l = 0{,}02(1 + 0{,}1t)$, unde deformația Δl este exprimată în metri. Corpul de masă m_1 parcurge lungimea pârghiei în timpul $t_m = \frac{L}{v} = 50$ s. Graficul dependenței $\Delta l = f(t)$ este reprezentat în figura S.171,b.

S.173. a) Forța de elasticitate a resortului este egală cu forța de greutate a corpului suspendat $F_{el} = mg$. Deformația resortului este $\Delta l = \frac{F_{el}}{k} = \frac{mg}{k} =$ $= 0{,}02$ m $= 2$ cm.

b) Tensiunea firului în orice loc al său este egală cu forța de greutate $T = mg$. Asupra axului fiecărui scripete acționează două forțe (tensiuni) reciproc perpendiculare, egale în modul cu T, rezultanta lor având modulul $\sqrt{2}\,T$. Deci, forța care acționează în axul fiecărui scripete: $F_s = \sqrt{2}\,T = \sqrt{2}\,mg = 7{,}07$ N.

c) Reprezentăm în figura S.173, a) scândura și forțele ce acționează asupra ei: forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$ aplicată la mijlocul scândurii, tensiunea firului având valoarea $T = mg$ și reacțiunea normală $\vec{N}$ din partea mesei orizontale, aplicată la o distanță d (necunoscută) de la marginea O a mesei.

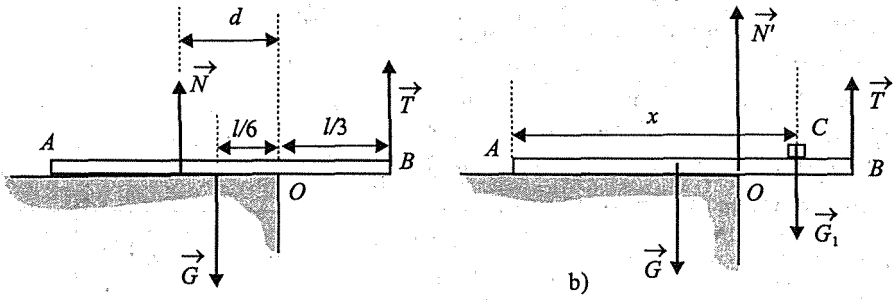


Fig. S.173, a

Cercetăm echilibrul scândurii.

Egalăm cu zero suma forțelor $\vec{T} + \vec{G} + \vec{N} = 0$ sau $T - G + N = 0$, de unde obținem reacțiunea normală a mesei $N = G - T = (M - m)g = 15$ N.

Egalăm cu zero suma momentelor forțelor în raport cu punctul O: $T\frac{l}{3} + G\frac{l}{6} - N{\cdot}d = 0$ de unde obținem $d = \frac{(G + 2T)l}{6N} = \frac{(M + 2m)l}{6(M - m)} = 1$m.

Astfel, reacțiunea $\vec{N}$ este aplicată la distanța $d = 1$ m de la capătul mesei, adică la mijlocul segmentului $AO = 2$ m.

d) Fie distanța parcursă de pisică pe scândură, până când aceasta se dezechilibrează, egală cu x (fig. S.173,b). În timpul deplasării pisicii de la A spre B punctul de aplicație al reacțiunii normale a mesei $\vec{N}'$ se deplasează spre O și în momentul când scândura se dezechilibrează ea este aplicată în O. Egalăm cu zero suma momentelor forțelor în raport cu O pentru acest caz: $T\cdot\frac{l}{3} + G\cdot\frac{l}{6} - G_1\left(x - \frac{2l}{3}\right) = 0$ sau $mg\frac{l}{3} + Mg\frac{l}{6} - m_1g\left(x - \frac{2l}{3}\right) = 0$. De aici deducem $x = \frac{(M + 2m + 4m_1)l}{6m_1} = 2{,}375$ m.

Timpul în care pisica a parcurs această distanță: $t = \frac{x}{v} = 4{,}75$ s.

S.175. a) Reprezentăm în figura S.175 forțele ce acționează din partea tijelor verticale MB_1 și NB_2. Evident, tijele sunt întinse, astfel că forțele respective sunt orientate ca în figură, unde $F_1' = F_1''$ și $F_2' = F_2''$. Scriem condițiile de echilibru privind rotațiile:

– discului: $F_1''\cdot OM = F_2''\cdot ON$;

– pârghiei O_1B_1: $F_1\cdot O_1A_1 = F_1'\cdot O_1B_1$;

– pârghiei O_2A_2: $F_2\cdot O_2A_2 = F_2'\cdot O_2B_2$.

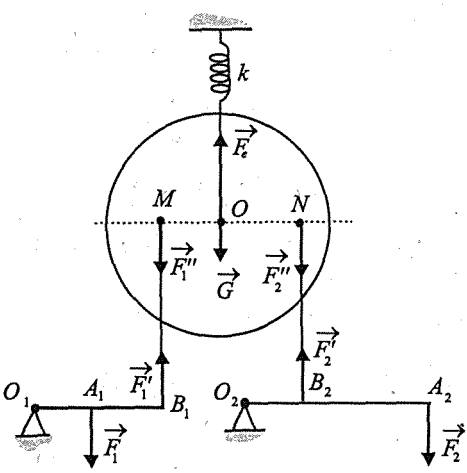


Fig. S.175

Ținând cont de rapoartele brațelor și de egalitățile $F_1' = F_1''$, $F_2' = F_2''$, avem: $F_1' = \frac{3}{2}F_2'$, $F_1' = \frac{1}{2}F_1$, $F_2' = \frac{5}{2}F_2$. Deci $\frac{1}{2}F_1 = \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}F_2$, adică la echilibru raportul $\frac{F_1}{F_2} = \frac{15}{2}$.

b) Cercetăm echilibrul de translație a discului. În jos acționează (fig. S.175) forțele $\vec{F}_1''$, $\vec{F}_2''$ și cea de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, iar în sus – forța elastică $\vec{F}_e$. Avem $F_e = F_1'' + F_2'' + G = F_1' + F_2' + G = \frac{1}{2}F_1 + \frac{5}{2}F_2 + mg$. Pentru $F_1 = 60$ N, forța $F_2 = \frac{2}{15}F_1 = 8$ N și forța elastică $F_e = 55$ N.

Pentru a calcula alungirea resortului este necesar să determinăm constanta elastică a lui. Notăm cu x_s alungirea statică a resortului la suspendarea de el a corpului de masă m_0, deci $m_0g = kx_s$. Forța elastică este o forță ce crește liniar cu deformația și orientată în sens opus acesteia; astfel pentru lucrul acestei forțe avem $L' = -F_{med}\cdot x = -\frac{0 + kx}{2}\cdot x = -\frac{kx^2}{2}$. Lucrul consumat la

deformarea resortului în urma suspendării de el a corpului de masă m_0 este $L = L' = \frac{kx_s^2}{2} = \frac{(m_0 g)^2}{2k}$, de unde constanta elastică $k = \frac{(m_0 g)^2}{2L} = 500$ N/m. Alungirea resortului, în condițiile problemei: $\Delta l = \frac{F_e}{k} = 0{,}11$ m = 11 cm.

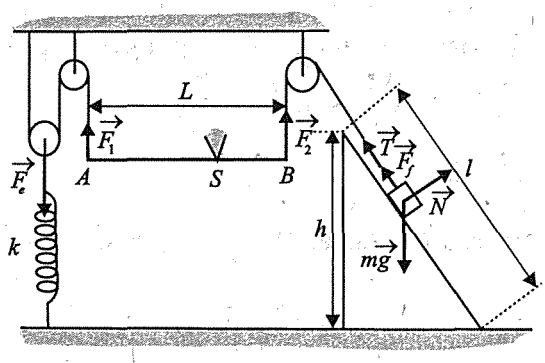


Fig. S.177

S.177. a) Reprezentăm (fig. S.177) sistemul considerat și forțele ce acționează în el. Fie $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ forțele ce acționează asupra capetelor pârghiei și $\vec{F}_e$ forța de elasticitate a resortului. Asupra corpului de pe planul înclinat acționează forța de greutate $m\vec{g}$, reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat, tensiunea firului $\vec{T}$ și forța de frecare $\vec{F}_f$. Componenta forței de greutate a corpului, paralelă cu planul înclinat, are valoarea $G_1 = mg\frac{h}{l}$. Condiția de echilibru a corpului ia forma $T + F_f - G_1 = 0$, de unde exprimăm tensiunea firului $T = mg\frac{h}{l} - F_f$. Aceeași valoare are și forța $\vec{F}_2$, adică $F_2 = T = mg\frac{h}{l} - F_f$. În condițiile problemei, forța elastică $F_e = \frac{1}{5}mg$. Forța $F_1 = \frac{1}{2}F_e = \frac{1}{10}mg$.

Notăm $AS = x$ și scriem condiția de echilibru a pârghiei: $-F_1 x + F_2(L - x) = 0$, de unde deducem

$$x = L\frac{F_2}{F_1 + F_2} = L\frac{mg\frac{h}{l} - F_f}{\frac{1}{10}mg + mg\frac{h}{l} - F_f} = 0{,}4 \text{ m}.$$

b) Alungirea resortului: $\Delta x = \frac{F_e}{k} = \frac{mg}{5k} = 0{,}002$ m = 2 mm.

S.179. Asupra cilindrului (fig. S.179) acționează trei forțe: cea de greutate $\vec{G}$, reacțiunea normală a planului înclinat $\vec{N}$ și reacțiunea $\vec{R}_B$ din partea șipcii, reacțiune normală la suprafața cilindrului, adică având direcția BO. La echilibru $\vec{G} + \vec{N} + \vec{R}_B = 0$. În momentul în care este atins unghiul limită α_0, la care cilindrul începe trecerea peste șipcă, el nu mai apasă asupra planului înclinat: $\vec{N} = 0$. În acest caz condiția de echilibru este $\vec{G} + \vec{R}_B = 0$, adică reacțiunea $\vec{R}_B$ are direcție verticală. Aceasta necesită ca suma unghiurilor $\alpha_0 + \beta = 90°$.

Din figura S.179 avem $\sin\beta = \frac{R-h}{R} =$ $= 0{,}8$ ce corespunde unghiului $\beta = 53°10'$. Prin urmare, cilindrul trece peste șipcă la valori ale unghiului $\alpha \geq \alpha_o$, unde $\alpha_o = 90° - \beta = 36°50'$.

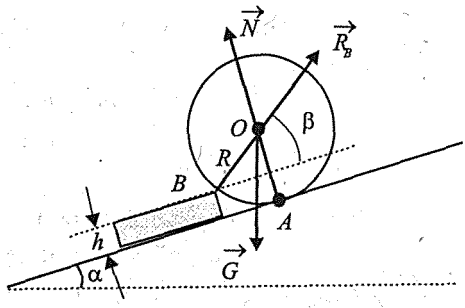


Fig. S.179

S.181. a) Admitem că sistemul din figura E.181 se află în repaus. Fie corpul m_1 ridicat cu x, deci lucrul util este $L_u = m_1 g x$. Corpul m_2 coboară cu $\left(\frac{R}{r}\right)^2 x$, deci lucrul consumat: $L_c = m_2 g\left(\frac{R}{r}\right)^2 x$. Conform definiției randamentului $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{r}{R}\right)^2$ de unde $m_2 = \frac{m_1}{\eta}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 3{,}13$ kg.

Considerăm cazul al doilea, când corpul m_1 coboară cu x', lucrul consumat fiind $L_c' = m_1 g x'$; corpul m_2 este ridicat cu $\left(\frac{R}{r}\right)^2 x'$, deci lucrul util $L_u' = m_2' g\left(\frac{R}{r}\right)^2 x'$. Randamentul $\eta = \frac{L_u'}{L_c'} = \frac{m_2'}{m_1}\left(\frac{R}{r}\right)^2$, de unde în acest caz $m_2' = \eta m_1\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 2{,}00$ kg.

Deci sistemul de corpuri se află în echilibru dacă masa corpului m_2 ia valori între 2,00 kg și 3,13 kg.

b) Forța cu care sistemul trage în jos de suport ia valori între $(m_1 + m_2')g$ și $(m_1 + m_2)g$, adică între 120,0 N și 131,3 N.

S.183. Reprezentăm în figura S.183 forțele ce acționează asupra sistemului de cilindri: forța de greutate comună a lor $(M + m)\vec{g}$, forța de tensiune a firului, egală cu forța de greutate $m_1\vec{g}$ a corpului suspendat, reacțiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat și forța de frecare $\vec{F}_f$ (existența frecării este necesară pentru ca sistemul să se afle în echilibru pe plan înclinat).

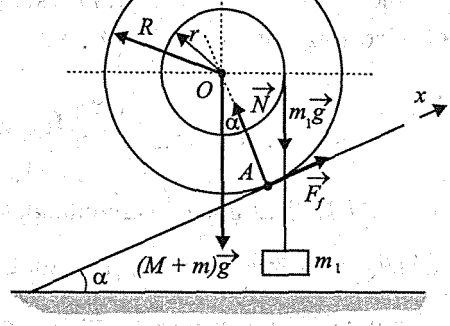


Fig. S.183

Scriem condiția de echilibru de rotație: egalitatea cu zero a sumei algebrice a momentelor forțelor în raport cu axa O. Avem: $F_f R - m_1 g \cdot r = 0$, de unde determinăm forța de frecare $F_f = m_1 g \frac{r}{R}$.

Scriem condiția pentru echilibrul de translație: suma algebrică a proiecțiilor forțelor pe direcția Ax luată de-a lungul planului înclinat, este egală cu zero

$F_f - (M + m)g\cdot\sin\alpha - m_1 g\sin\alpha = 0$. De aici:

$$\sin\alpha = \frac{F_f}{M + m + m_1} = \frac{m_1 r}{(M + m + m_1)R} = 0{,}25.$$

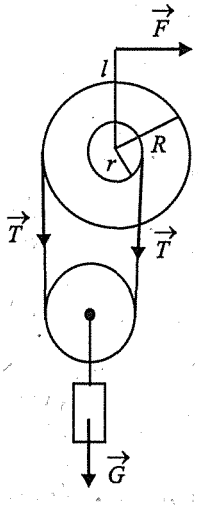


Fig. S.185

S.185. a) La rotirea manivelei în sens orar cablul se înfăşoară pe tamburul de diametru mare şi se desfăşoară de pe cel de diametru mic: sarcina este ridicată.

b) La o tură a manivelei partea suspendată a cablului se micşorează cu πD şi se măreşte cu $\pi D'$, adică se scurtează cu $\pi(D - D')$. Scripetele mobil şi sarcina se ridică cu $h = \frac{1}{2}\pi(D - D')$.

c) Lucrul mecanic al forţei $\vec{G}$ la o tură a manivelei este $L = -Gh = -\frac{1}{2}\pi G(D - D')$.

d) Reprezentăm în figura S.185 sistemul mecanic văzut de-a lungul axei sale de rotaţie. Forţele de tensiune ale cablului sunt egale cu $T = \frac{1}{2}G$. Egalăm cu zero suma algebrică a momentelor forţelor în raport cu axa de rotaţie: $TR - Tr - Fl = 0$, de unde deducem forţa:

$$F = \frac{T(R-r)}{l} = \frac{T(D-D')}{2l} = \frac{G(D-D')}{4l}.$$

La o tură a manivelei punctul de aplicare al forţei F se deplasează pe o circumferinţă de lungime $2\pi l$, deci lucrul efectuat de această forţă este $L' = F\cdot\pi 2l = \frac{1}{2}\pi G(D - D')$. Observăm că lucrul l' este egal în modul cu L, anume $L = -L'$. Lucrul forţei $\vec{F}$ este pozitiv, în timp ce lucrul forţei de greutate $\vec{G}$ este negativ.

6. Mecanica fluidelor

S.187. Presiunea exercitată de apă asupra pistonului este egală cu $\frac{F}{S_2}$; aceeaşi presiune exercită şi pistonul asupra apei. Presiunea exercitată asupra fundului vasului este $p = \frac{F}{S_2} + \rho gh$, deci forţa de presiune asupra lui este $F_1 = pS_1 = F\frac{S_1}{S_2} + \rho ghS_1 = 100$ N.

S.189. a) Lichidul se află în echilibru dacă pistoanele produc asupra lui presiuni egale. Aceasta necesită ca forţele ce acţionează din partea barei şi a corpului de pe ea asupra pistoanelor să fie proporţionale cu ariile lor (vezi fig. E.189). Din partea barei, al cărei centru de greutate se află la mijlocul ei,

asupra fiecărui piston acționează forțe egale cu $\frac{1}{2}m_0 g$. Notăm cu F_1 și F_2 valorile forțelor ce acționează asupra pistoanelor din partea corpului plasat pe bară. Evident, $F_1 + F_2 = mg$.

Ca rezultat, asupra pistonului de rază r_1 acționează forța $(F_1 + \frac{1}{2}m_0 g)$, asupra celuilalt piston – forța $(F_2 + \frac{1}{2}m_0 g)$. La echilibru este satisfăcută relația menționată mai sus:

$$\frac{(F_1 + \frac{1}{2}m_0 g)}{(F_2 + \frac{1}{2}m_0 g)} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Substituind aici $F_2 = mg - F_1$, rezultă

$$F_1 = mg\frac{r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} - \frac{1}{2}m_0 g\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} = 2 \text{ N}.$$

Apoi avem $F_2 = mg - F_1 = 18$ N.

Rezultanta forțelor $\vec{F_1}$ și $\vec{F_2}$ este aplicată în locul unde este plasat corpul – la distanța x de capătul A, deci momentele acestor forțe în raport cu punctul de aplicație al rezultantei lor sunt egale între ele (vezi fig. E.189): $F_1 x = F_2(l - x)$, de unde $x = \frac{F_2 l}{F_1 + F_2} = 0{,}54$ m.

b) Presiunea la distanța $h = 0{,}2$ m de suprafața pistoanelor (fig. E.189) este egală cu suma a trei presiuni: atmosferică, p_0, hidrostatică, ρgh și cea produsă de forța cu care bara și corpul de pe ea acționează asupra pistonului $\frac{F_1 + \frac{1}{2}m_0 g}{\pi r_1^2} = \frac{F_2 + \frac{1}{2}m_0 g}{\pi r_2^2}$. Avem $p = p_0 + \rho gh + \frac{F_1 + \frac{1}{2}m_0 g}{\pi r_1^2} = 1{,}06 \cdot 10^5$Pa.

S.191. a) Notăm cu p presiunea aerului din tub. Presiunea în lichid la nivelul capătului A al tubului (fig. E.191) poate fi calculată pe două căi: ca presiunea aerului din tub plus presiunea coloanei de lichid de înălțime x sau ca presiunea atmosferică p_0 plus presiunea coloanei de lichid de înălțime h. Egalăm expresiile respective: $p + \rho_0 gx = p_0 + \rho_0 gh$, de unde obținem $p = p_0 + \rho_0 g(h - x)$.

b) La presiunea p_0 coloana de aer din tub avea lungimea tubului l, deci masa aerului din tub este egală cu $m = \rho_{aer} lS$, unde S este aria secțiunii transversale a tubului. În condițiile în care lichidul pătrunde în tub pe o lungime x, volumul aerului din el devine egal cu $(l - x)S$, iar densitatea lui este egală cu $\rho = \frac{m}{(l-x)S} = \rho_{aer}\frac{l}{l-x}$. Din rezultatul obținut la punctul a) avem $x = h - \frac{p - p_0}{\rho_0 g}$. Astfel, densitatea aerului din tub este $\rho = \rho_{aer}\frac{\rho_0 gl}{p - p_0 + \rho_0 g(l - h)}$.

c) Dacă tubul se fisurează la partea superioară, aerul va ieşi din el până ce presiunea lui va deveni egală cu p_0, densitatea cu ρ_{aer}, iar nivelul lichidului din tub se va egala cu nivelul lui din vas.

d) Masa de aer rămasă în tub este egală cu $m' = \rho_{aer}(l - h)S$, deci din tub a ieşit masa de aer $m - m' = \rho_{aer} hS$. Partea de aer ieşită din tub este egală cu $\frac{m - m'}{m} = \frac{h}{l}$.

S.193. Notăm cu m_1 şi m_2 masa aurului şi, respectiv, a argintului. Volumul bijuteriei: $V = Sh$. Acest volum este egal cu volumul aurului $\frac{m_1}{\rho_1}$ plus cel al argintului $\frac{m_2}{\rho_2}$, deci $\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = Sh$. Exprimăm $m_2 = m - m_1$ şi substituim în ultima relaţie: $\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m - m_1}{\rho_2} = Sh$. De aici obţinem $m_1 = \frac{\rho_1(m - \rho_2 Sh)}{\rho_1 - \rho_2}$, apoi $m_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 Sh - m)}{\rho_1 - \rho_2}$.

La cufundarea completă a bijuteriei în apă dinamometrul indică greutatea ei minus forţa Arhimede: $F = mg - \rho_0 Vg = (m - \rho_0 Sh)g$.

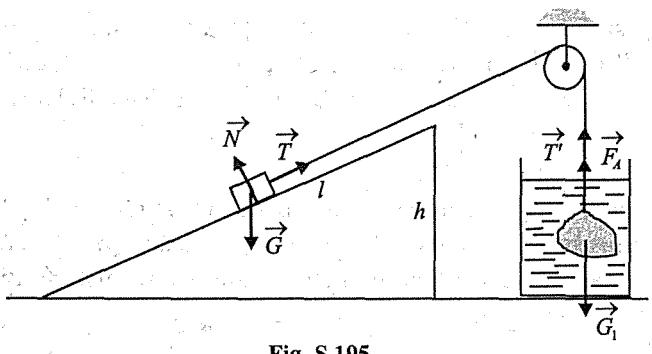


Fig. S.195

S.195. Reprezentăm în figura S.195 sistemul considerat şi forţele ce acţionează asupra corpurilor din el. Asupra corpului de pe planul înclinat acţionează: forţa de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$, tensiunea în fir $\vec{T}$ şi reacţiunea normală $\vec{N}$ a planului înclinat. În stare de echilibru $T = G\frac{h}{l} = mg\frac{h}{l}$. Asupra corpului de aluminiu de volum V acţionează: forţa de greutate $\vec{G}_1 = \rho_0 V\vec{g}$, forţa arhimedică $F_A = \rho Vg$ şi tensiunea în fir $T' = T$. Condiţia de echilibru este: $G_1 = F_A + T$ sau $\rho_0 Vg = \rho Vg + mg\frac{h}{l}$, de unde volumul corpului din aluminiu $V = \frac{m}{\rho_0 - \rho} \cdot \frac{h}{l} = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^3 = 250 cm^3.

b) Când corpul de aluminiu este scos din lichid, forţa arhimedică lipseşte, echilibrul se deranjează, corpul din aluminiu coborând.

c) Sistemul va rămâne în echilibru, dacă masa corpului de pe planul înclinat va fi mărită cu m', astfel ca tensiunea din fir să devină egală cu forţa de greutate a corpului din aluminiu, adică $(m + m')g\frac{h}{l} = \rho_0 Vg$, de unde $m' = \rho_0 V\frac{l}{h} - m = m\frac{\rho}{\rho_0 - \rho} = 0{,}35$ kg.

RĂSPUNSURILE PROBLEMELOR CU NUMĂR PAR

1. Mișcarea mecanică a corpurilor

R.2. a) Deplasările $d_1 = 0{,}5$ km și $d_2 = 0{,}5$ km.

b) $v_{med} = \frac{4}{3}$ km/h.

c) Graficul deplasării în funcție de timp este reprezentat în figura R.2.

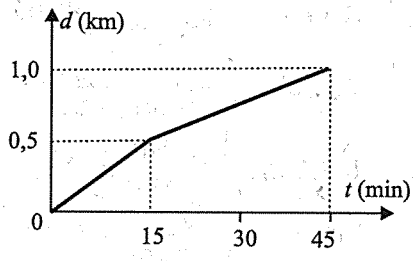


Fig. R.2

R.4. a) $t = (\pi + 4)\frac{d}{4v}$; $l = (4 - \pi)\frac{d}{4}$;

$s = d\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $t' = (\pi + 2)\frac{d}{4v}$

c) $t'' = (\pi + 4)\frac{d}{2v}$; $l'' = (\pi + 4)\frac{d}{2}$

R.6. $t = \frac{d_2}{v_2} = 3$ s; $d_1 = v_1 t = 9$ m.

R.8. $v_3 = v_0(\frac{\Delta t}{\Delta t'} - 1)$; $v_3 = 45$ km/h.

R.10. $l = \frac{hvt}{H - h}$

R.12. $t = \frac{L}{4v_1} + \frac{L}{4v_2} + \frac{L}{2v_3}$; $t = 5{,}75$ s.

R.14. $v_{med} = \frac{v_1 v_2 (s_1 + s_2)}{v_1 s_2 + v_2 s_1}$; $v_{med} = 51{,}2$ km/h.

R.16. $v_{la} = \frac{s_1 + s_2}{2t_1}$; $v_{la} = 16$ km/h; $v_a = \frac{s_1 - s_2}{2t_1}$; $v_a = 4$ km/h.

R.18. a) $v_1 = 5$ m/s; $v_2 = 2$ m/s; b) $t_1 = \frac{s}{v_1 + v_2} = 300$ s;

c) $t_2 = \frac{s}{v_1 - v_2} = 700$ s; d) $t' = \frac{2s}{v_2} = 850$ s;

e) $t = t_1 + t_2 = 1000$ s; f) $\Delta t = t - t' = 150$ s.

R.20. $v_r = v_o \frac{d}{l} = 0{,}6$ m/s; $t = \frac{l}{v_o} = 250$ s.

2. Masa corpului. Densitatea substanței

R.22. $m = \rho_o(V - V_1) + \rho_1 V_1 = 0{,}644$ kg; $N = \frac{V - V_1}{V_o} = 16\,000$.

R.24. $\rho_1 = \frac{m_1\rho_2}{\rho_2 v - m_2} = 1\,100$ kg/m^3.

R.26. $m_1 = m\frac{\rho_1(\rho - \rho_2)}{\rho(\rho_1 - \rho_2)} = 0{,}22$ kg.

R.28. a) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1\rho_2}{m_2\rho_1} = 0{,}3$;

b) $\rho_2 = \frac{n\rho_o}{1 + \rho_1/\rho_2} = 500$ kg/m^3; $\rho_1 = 2500$ kg/m^3.

3. Forța. Tipuri de forțe

R.30. a) $\rho_o = \Delta\rho\left(\frac{V_o}{\Delta V} + 1\right) = 7{,}81$ g/cm^3.

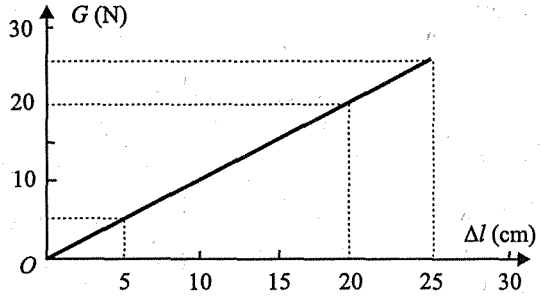


Fig. R.32

b) Dinamometrul va indica greutatea $G = \rho_o V_o g = 3{,}124$ N.

c) Indicația nu se modifică.

R.32. a) $\Delta l_2 = 4\,\Delta l_1 = 20$ cm.

b) $\Delta l_3 = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 25$ cm.

c) Graficul greutăților corpurilor în funcție de alungirea resortului este reprezentat în figura R.32.

R.34. a) Rezultanta celor trei forțe: $R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2 + F_3^2} = 5$ N.

b) Forța $\vec{F}_4$ trebuie să aibă valoarea $F_4 = 5$ N și trebuie să fie orientată în sens contrar rezultantei primelor trei forțe.

R.36. a) $m = \frac{\sqrt{2}\,F\Delta l_1}{g(\Delta l_2 - \Delta l_1)} = 0{,}8$ kg;

b) $k = \frac{mg}{\Delta l_1} = 800$ N/m.

R.38. $\frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{d_1 - l/2}{\sqrt{d^2 + d_1^2} - l/2} = \frac{3}{5}$.

R.40. a) Bilele 1 şi 3 se află pe laturi orizontale, bila 1 – pe latura superioară. Atunci laturile patrulaterului care au la vârf bilele sunt $l_{12} = l_{14} = \sqrt{l_o^2 + \left(l_o + \frac{mg}{2k}\right)^2}$ şi $l_{32} = l_{34} = \sqrt{l_o^2 + \left(l_o - \frac{mg}{2k}\right)^2}$.

b) Bilele 1 şi 4 se află pe latura orizontală superioară. Laturile patrulaterului au lungimile:

$$l'_{14} = l_o\sqrt{2} + \frac{mg}{2k},\ l'_{12} = l'_{43} = \sqrt{\left(l_o^2 + \frac{mg\sqrt{2}}{4k}\right)^2 + \left(l_o^2 - \frac{mg\sqrt{2}}{4k}\right)^2} \text{ şi } l'_{23} = l_o\sqrt{2} - \frac{mg}{2k}.$$

c) În cazul a) forţele $F_1 = F_3 = 0$ şi forţele $F_2 = F_4$ verticale în sus, iar în cazul b) forţe egale cu $F'_1 = F'_2 = F'_3 = F'_4 = \frac{mg\sqrt{2}}{2}$ de-a lungul tijelor, în sus.

R.42. a) $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3}$;

b) $F = \left[\left(m_1 + m_2\right)\frac{\Delta l'_1}{\Delta l'_2} - m_1\right]g \Big/ \left(1 - \frac{\Delta l'_1}{\Delta l'_2}\right) = 1$ N;

c) $R = F + (m_1 + m_2 + m_3)g = 7$ N.

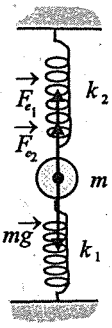


Fig. R.44

R.44. a) Forţele care acţionează asupra bilei sunt reprezentate în figura R.44. Condiţia de echilibru este:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{e1} + \vec{F}_{e2} = 0.$$

b) $\Delta l_1 = \frac{1}{k_1}(mg - k_2\Delta l_2) = 0{,}5$ cm.

R.46. $x_A = \frac{5F}{k} = 0{,}5$ m.

R.48. a) $F_a = m_1 g$;

b) $F_b = (m_1 - m_2)g,\ m_2 < m_1$;

c) $F_c = (m + m_1 - 2m_3)g,\ m_3 < \frac{m + m_1}{2}$;

d) $F_d = (m_1 - \frac{m + m_4}{2})g,\ m_4 < 2m_1 - m$.

R.50. a) $G_a = \frac{10}{8}G_o = 1{,}80 \cdot 10^6$ N;

b) $G_b = \frac{10}{9}G_o = 1{,}60 \cdot 10^6$ N;

c) $G_c = \frac{9}{8}G_o = 1{,}62 \cdot 10^6$ N.

R.52. a) În cazul forței orientate oblic în jos echilibrul scândurii este imposibil.

Pentru valoarea forței orientate oblic în sus, la echilibru avem:

$$F = \frac{G}{\sin\alpha + f\cos\alpha} = 54{,}4 \text{ N}.$$

b) $$F' = \frac{G}{\sin\alpha - f\cos\alpha} = 101{,}0 \text{ N}.$$

R.54. $F_1 = f(m_A + m_B)g = 2{,}0$ N; $F_2 = f(2m_A + m_B) = 2{,}4$ N; $F_3 = f(3m_A + m_B)g = 2{,}8$ N.

R.56. a) $\Delta l_1 = 0$; $\Delta l_2 = 4$ cm;

b) $\Delta l'_1 = 4$ cm; $\Delta l'_2 = 8$ cm.

R.58. $F_{min} = G\text{tg}\alpha - \frac{F_f}{\cos\alpha} = 15{,}3$ N.

R.60. Lanțul din zale se află în echilibru nestabil.

R.62. a) $m_B = m_A\frac{h}{l} = 0{,}3$ kg;

b) $m'_B = m_A\left(\frac{h}{l} - f\right) = 0{,}19$ kg;

c) $F = m_A g\frac{h + fl}{\sqrt{l^2 - h^2}} = 4{,}44$ N.

R.64. a) $m_2 = m_3\frac{h}{l} - \frac{F_d}{g} = 1{,}3$ kg; $m_1 = 2m_2 = 2{,}6$ kg;

b) $m'_2 = m_3\frac{h}{l} + \frac{F_d}{g} = 1{,}7$ kg; $m'_1 = 2m'_2 = 3{,}4$ kg;

c) $k_1 = \frac{m_1 g}{\Delta l_1} = 2000$ N/m.

4. Lucrul mecanic și energia mecanică

R.66. a) $F_f = R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} + F_3 = 50$ N;

b) $L_R = R \cdot s = 250$ J;

c) $P = \frac{L_R}{t} = 2{,}5$ W;

d) $L_G = 0$;

e) $L_f = -F_f s = -250$ J.

R.68. $L = \rho lSgh = 39$ kJ; $P = \frac{L}{t} = 650$ W.

R.70. $V = \frac{\eta Pt}{\rho gH} = 1{,}53$ m^3.

R.72. a) $N = \frac{P_c s}{v_{max} L_1} = 1091$ litri;

b) $P_u = \eta P_c = 58$ kW;

c) $F = \frac{P_u}{v_{max}} = 2320$ N = 2,32 kN.

R.74. a) Aria suprafeței haşurate este numeric egală cu lucrul mecanic al forței F pe deplasarea $d = 30$ m.

b) $F_x = 25$ N.

R.76. a) $F_t = \frac{fmg}{\cos\alpha + \sin\alpha} = 224{,}2$ N;

b) $F_p = mg - F_t \sin\alpha = 387{,}9$ N;

c) $P = F_t \cos\alpha \cdot v = 193{,}9$ W;

d) $G_{cmin} = \frac{F_t(\cos\alpha - f\sin\alpha)}{f} = 276$ N.

R.78. a) $F_{fr} = \frac{P}{v} = 6000$ N = 6 kN.

b) $P' = (F_{fr} + mg\sin\alpha)\cdot v = 240$ kW.

c) $P'' = (F_{fr} - mg\sin\alpha)\cdot v = 0$. Automobilul coboară cu motorul oprit.

R.80. a) $k = \frac{(1-\eta)h}{\eta\sqrt{l^2-h^2}} = \frac{\sqrt{3}}{9} \approx 0{,}19$.

b) $v_2 = v_1 \frac{\sqrt{l^2-h^2}}{(1-\eta)l} = 51{,}9$ m/s.

R.82. $F = \rho abcg\frac{h}{l} + F_f = 250$ N; $\eta = \frac{\rho abcgh}{Fl} = 80\%$.

R.84. $P = 2mgv\frac{h}{l}$.

R.86. a) $m = \frac{(F_1+F_2)l}{2gh} = 14{,}7$ kg;

b) $F_f = \frac{F_1-F_2}{2} = 24{,}5$ N;

c) $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{mgh}{F_1 l} = \frac{F_1+F_2}{2F_1} = 0{,}75 = 75\%$.

R.88. a) Sistemul se află în echilibru dacă forța de frecare dintre corp şi planul înclinat ia valoarea $F_f = G(1 - \sin\alpha) = 10(1 - \sin\alpha)$ N.

b) $\eta = \frac{h}{l} = 0{,}5 = 50\%$.

R.90. $F = \frac{Gh}{\eta_s\eta_p l} = 781{,}25$ N.

În lipsa frecării ($\eta_s = \eta_p = 1$) avem $F' = \frac{Gh}{l} = 500$ N.

R.92. a) $F_f = \frac{1-\eta}{\eta} m_1 g \frac{h}{l} = 3{,}75$ N;

b) $L_f = -F_f \cdot l = -7{,}5$ J;

c) $m_2 = \frac{2}{\eta} m_1 \frac{h}{l} = 3{,}75$ kg.

R.94. $h_1 = (1-k)h = 3{,}6$ m.

R.96. a) $L_f = -E_A = -mgh = -7$ kJ;

b) $L = E_A - L_f = 2mgh = 14$ kJ;

c) $P = \frac{L}{t} = 280$ W.

R.98. a) $\eta = \frac{mgh}{Fl} = 0{,}6 = 60\%$;

b) $\mu = \frac{Fl - mgh}{mg\sqrt{l^2 - h^2}} = 0{,}5$.

R.100. a) $\Delta l_1 = \frac{mg}{k}$; $\Delta l_2 = \frac{(M+2m)g}{k}$;

b) $\Delta l_1' = \frac{mg + F}{k}$; $\Delta l_2' = \frac{(M+2m)g + 2F}{k}$;

c) $\Delta E_p = -Mg(\Delta l_2' - \Delta l_2) = -\frac{2FMg}{k}$.

R.102. a) $W_1 = W$; $W_2 = 4$ W; $W_3 = 9$ W;...; $W_n = n^2 W$;

b) $W_{01} = $ W; $W_{12} = 3$ W; $W_{23} = 5$ W;...; $W_{n-1,n} = W_n - W_{n-1} = (2n-1)W$.

R.104. $k = \frac{2mgl(1-\cos\alpha)}{(\Delta l)^2} = 24000$ N/m.

R.106. $F = \frac{L}{d} = \frac{E_c}{d} = \text{const.}$

R.108. a) $L = 5 \cdot 10^{-3}$ J $= 5$ mJ;

b) $E_p = 5$ mJ;

c) $E_c = 3 \cdot 10^{-3}$ J $= 3$ mJ.

R.110. a) Graficele respective sunt reprezentate în figura R.110.

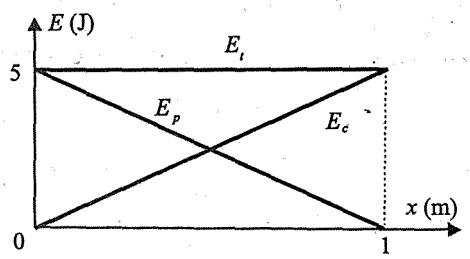


Fig. R.110

b) $L = mgH = 5$ J.

c) După prima ciocnire mingea se ridică la înălțimea $h_1 = (1-k)H = 0{,}8$ m; după a doua – la înălțimea $h_2 = (1-k)h_1 = 0{,}64$ m, după a treia – la $h_3 = (1-k)h_2 = 0{,}512$ m, după a patra – la $h_4 = (1-k)h_3 = 0{,}4096$ m. Mingea se ridică la înălțimi mai mari decât $h_0 = 0{,}5$ m numai după primele trei ciocniri.

R.112. $E_F = (1 - k)^3 E_A$; $x = \frac{E_F}{fmg} = \frac{(1-k)^3 h}{f} = 72{,}9$ m.

R.114. $E_{c\min} = mg(H - h) = 750$ J.

R.116. $s = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2}$.

R.118. $h = \frac{2R}{1-k} = 0{,}8$ m.

R.120. a) $E_{po} = mgh = 400$ J;

b) $E_c = E_{po} = 400$ J;

c) $d = \frac{E_c}{kmg} = \frac{h}{k} = 40$ m.

R.122. a) $E_{cB} = E_{pA} = mgl$;

b) $E'_{cB} = E_{pC} = mgl(1 - \cos\alpha) = \frac{1}{2}mgl$;

c) $E_t = E_{cB} - E'_{cB} = \frac{1}{2}mgl$;

d) $F_f = \frac{mgl}{2d}$.

R.124. a) $v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2fgd} = 9$ m/s.

b) $d' = \frac{v_1^2}{2fg} = 30{,}25$ m.

R.126. $v = \sqrt{\frac{2(F - F_f)d}{m}} = \sqrt{\frac{5}{8}}$ m/s $= 0{,}79$ m/s; $d_1 = \frac{(F - F_f)d}{F_f} = 1$ m.

R.128. a) $v_B = \sqrt{2gR} = 6{,}32$ m/s;

b) În ambele cazuri $L = mgR = 10$ J.

c) $F_f = \frac{mv_B^2}{2d} = 1$ N.

R.130. $v = \sqrt{\frac{2m_o + m}{m_o + m} gl} = 7$ m/s.

R.132. Variația energiei mecanice: $\Delta E_c + \Delta E_p = \frac{mv^2}{2} - mgh = -800$ J < 0; micșorarea energiei mecanice este cauzată de acțiunea forței de frecare: $F_f = -\frac{\Delta E_c + \Delta E_p}{h/\sin\alpha} = 100$ N.

R.134. a) $L_f = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2} = -150$ J;

b) $h = \frac{v_o^2}{2g} + \frac{L_f}{2mg} = 3{,}125$ m;

c) $F_f = -\frac{L_f}{4h} = 12$ N.

R.136. a) $v_{min} = \sqrt{2\mu gh(\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta)} = 5$ m/s.

b) $v_{min} = 0$.

R.138. a) $v_1 = L\sqrt{\frac{2g(m_1L - m_2l)}{m_1L^2 + m_2l^2}} = 4$ m/s;

$$v_2 = l\sqrt{\frac{2g(m_1L - m_2l)}{m_1L^2 + m_2l^2}} = 6 \text{ m/s};$$

b) $v_1' = L\sqrt{\frac{2g(m_1L - m_2l)}{m_1L^2 + m_2l^2}\cos\alpha} = 3{,}72$ m/s;

$$v_2' = l\sqrt{\frac{2g(m_1L - m_2l)}{m_1L^2 + m_2l^2}\cos\alpha} = 5{,}58 \text{ m/s};$$

c) $v_1'' = \sqrt{2gL} = 6{,}32$ m/s; $v_2'' = 0$.

5. Echilibrul mecanic al solidului

R.140. a) $x_{min} = a\left(1 + \frac{M}{m}\right) - \frac{M}{2m}l$;

b) $m_{max} = M\left(\frac{l}{2a} - 1\right)$;

c) $a_{max} = \frac{M}{2(M + m_{max})}l$.

R.142. Greutatea copilului rămas $G_5 = G\frac{d - \Delta d}{L - d + \Delta d} = 400$ N. Greutatea copilului plecat: $G_4 = G\frac{L\Delta d}{(L - d)(L - d + \Delta d)} = 300$ N.

R.144. a) $AD = l_o = l\frac{M}{2(M + m)} = \frac{1}{6}$ m;

b) $t = \frac{M}{2m}\cdot\frac{l}{v} = 5$ s;

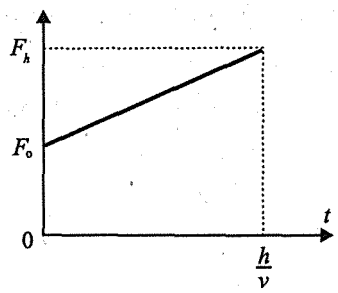


Fig. R.146

c) $R_D = Mg = 5$ N; $R_E = mg = 10$ N.

R.146. a) $F_o = G_o\frac{2L + a}{2d}$;

b) $F = (G_o + \rho a^2 gvt)\frac{2L + a}{2d}$;

c) Graficul dependenței $F = f(t)$ este reprezentat în figura R.146, în care $F_h = (G_o + \rho a^2 gh)\frac{2L + a}{2d}$ este valoarea forței ce corespunde vasului umplut cu lichid.

R.148. $\mu = \sqrt{\left(\frac{L}{2l\sin\alpha}\right)^2 - 1} = 0{,}66;$

Reacţiunea normală a peretelui $N = G\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\beta} = 20{,}8$ N; forţa de frecare $F_f = \mu N = 13{,}7$ N.

R.150. a) $G = 4F_{min} = 40$ N;

b) $E_{min} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - 1\right)Gl = 0{,}47$ J.

R.152. a) $F = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)g = 25$ N (în ambele cazuri);

b) $F_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{3m_1 + m_2}g = 39{,}7$ N (cubul greu se află deasupra);

$F_2 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1 + 3m_2}g = 67{,}6$ N (cubul greu se află dedesubt).

R.154. $F_e = g\left(m + 2M\left(1 + \frac{r}{l}\right)\right) = 130$ N.

R.156. $F = F_t = \frac{mgf\sin\alpha}{2(\sin\alpha + f\cos\alpha)}.$

R.158. a) În sens antiorar, momentul de rotaţie respectiv fiind mai mare;
b) pe corpul de masă m_2 trebuie plasat un corp de masă $m' = 2$ kg.

R.160. $R_A = (m + \frac{m'}{2})g - \frac{(m + m')gl}{2d} = 140$ N;

$R_C = \frac{(m + m')gl}{2d} = 360$ N; $R_E = \frac{1}{2}m'g = 100$ N.

R.162. $F_2 = (m_2 - m_1)g = 2m_1g.$

R.164. $F_1 = F\cdot\frac{AC}{BC} = 4000$ N; $F_2 = F\cdot\frac{AB}{BC} = 3200$ N.

R.166. $F = \frac{mg\sin\alpha}{\eta_1\eta_2\eta_3}\cdot\frac{OA}{OB} = 625$ N.

R.168. a) $m = \frac{Ml}{2h} = 0{,}2$ kg;

b) La distanţa $x = \left(\frac{Gh}{gl} - \frac{M}{2}\right)\frac{l}{M_1} = 0{,}6$ m de la capătul O, adică la capătul A al riglei.

c) $\frac{\eta(2M_1 + M)l}{2h} \le m \le \frac{\eta(2M_1 + M)l}{2(2\eta - 1)h}$; $0{,}3$ kg $\le m \le 0{,}6$ kg.

R.170. a) $\eta = \frac{m_1gh}{m_1gh + F_fl} = 0{,}9 = 90\%.$

b) $x_{max} = \frac{(1+\eta)L}{\eta Mg}(m_1 g\frac{h}{l} + F_f) - \frac{m_2 L}{2M} = 1{,}775$ m.

R. 172. a) $\frac{G}{F} = 2\frac{OA}{OB} = 5$;

b) $\Delta l = \frac{mg}{2k} = 0{,}1$ m.

R.174. a) $\Delta l = \frac{G}{2k\sin\alpha} = 1{,}5\cdot 10^{-2}$ m = 1,5 cm;

b) Proiecțiile reacțiunii din articulația A pe axele luate ca în figura E.174 sunt: $R_x = -G\frac{\cos\alpha}{2\sin\alpha} = -129{,}8$ N și $R_y = \frac{G}{2} = 75$ N. Unghiul dintre vectorul $\vec{R}$ și axa Ax se va nota cu β. Avem $\operatorname{tg}\beta = \frac{R_y}{R_x} = -\operatorname{tg}\alpha$; $\beta = (180^\circ - \alpha) = 150^\circ$.

c) $\Delta l' = \frac{Gl + 2G_1 x}{2kl\sin\alpha} = (1{,}5 + 6x)\cdot 10^{-2}$ m, unde distanța x este exprimată în metri.

R.176. a) $\Delta l_2 = \frac{CM}{CN}\frac{OB}{OA}\Delta l_1 = 1$ cm;

b) $m = \frac{k\Delta l_2}{g} = 1$ kg.

R.178. a) $m_1 = \frac{1}{2}m = 10$ kg;

b) $F_{e1} = mg\operatorname{tg}\alpha = 113{,}3$ N; $F_{e2} = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = 226{,}6$ N;

c) $\Delta l_1 = \frac{F_{e1}}{k} = 0{,}227$ m; $\Delta l_2 = \frac{F_{e2}}{k} = 0{,}453$ m.

R.180. a) $m_2 = 8m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 33{,}8$ kg;

b) $\Delta l = \frac{2m_1 g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{k} = 0{,}021$ m = 21 mm.

R.182. $m_1 = m_3\frac{r}{R}\frac{OA}{OB}\frac{O'B'}{A'O'} = 4$ kg; $m_2 = 2m_3\frac{O'B'}{A'O'} = 32$ kg.

R.184. a) $T = \frac{mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 2$ N;

b) $\mu_{min} = \frac{r\operatorname{tg}\beta}{R + r} = 0{,}3$.

R.186. a) $F = \frac{mgr\sin\alpha}{2\eta R} = 500$ N;

b) $P = \frac{1}{\eta}mgv_0\sin\alpha = 500$ W;

c) $s = \frac{(2\eta - 1)h}{(1-\eta)\operatorname{tg}\alpha} = 2\sqrt{3}$ m = 3,46 m.

6. Mecanica fluidelor

R.188. $p = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} gh = 5{,}6 \cdot 10^3$ Pa = 5,6 kPa.

R.190. a) $F = \frac{Mgd_1r_1^2}{(d_1 + d_2)r_2^2} = 93{,}75$ N.

b) $N = \frac{h}{l_1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 128$ apăsări;

c) $L_c = \frac{Mgh}{\eta} = 14\,120$ J = 14,12 kJ;

d) $P = \frac{L_c}{t} \approx 117{,}7$ W.

R.192. $V_C = \frac{F_1 - F_2}{\rho_2 g} - \frac{F_1}{\rho_1 g} = 6{,}76 \cdot 10^{-2}$ m^3 = 67,6 dm^3.

R.194. $l' = 2l_o - l - \frac{\rho V g}{k} = 25{,}8$ cm.

R.196. $M = (\rho - \rho_o)V\frac{l}{\eta(l-d)} = 15{,}65$ kg.

II. FENOMENE TERMICE

ENUNȚURI

E.197 (*Galați, 1995*). Două vase identice, confecționate din același material, cu căldura specifică $c_0 = 500$ J/(kg·K), conțin apă cu masele $m_1 = 0{,}5$ kg, respectiv $m_2 = 0{,}8$ kg și temperaturile $\theta_1 = 50°C$, respectiv $\theta_2 = 40°C$. Dintr-un termostat se scot două bile identice și se introduce în fiecare vas câte o bilă. Se constată că, în urma stabilirii echilibrului termic, temperatura apei din fiecare vas este aceeași: $\theta = 20°C$; căldura specifică a apei se consideră $c = 4200$ J/(kg·K). Să se calculeze:

a) capacitatea calorică a unui vas;

b) masa unui vas.

E.198 (*Chișinău, 1992*). Într-un vas, în care se afla $m_1 = 0{,}13$ kg de apă, a fost introdus un termometru. Înainte de introducerea în apă, termometrul indica $\theta_1 = 17{,}8°C$, iar după aceasta, $\theta_2 = 32{,}4°C$. Care a fost temperatura apei până la introducerea termometrului în ea? Se cunosc: capacitatea calorică a termometrului $C = 3{,}8$ J/K, căldura specifică a apei $c_1 = 4\,200$ J/(kg·K).

E.199 (*Chișinău, 1997*). Un vapor parcurge distanța $s = 150$ km dintre două orașe, situate pe malul unui râu, plutind în sensul curgerii apei în timpul $t_1 = 10$ h 40 min, iar în sens invers în timpul $t_2 = 18$ h 50 min. Să se determine forța de rezistență ce acționează asupra vaporului din partea apei dacă motorul vaporului consumă $m_0 = 120$ kg cărbune pe oră de putere calorică $q = 29$ MJ/kg, iar randamentul motorului este $\eta = 10\%$.

E.200 (*Botoșani, 1995*). Cât timp poate fi încălzită o încăpere cu o cantitate $m = 500$ kg lemne uscate (puterea calorică $q = 16\,470$ kJ/kg), dacă în medie pentru încălzirea pe zi este necesară căldura $Q_0 = 279\,000$ kJ?

E.201 (*Arad, 1995*). Este oare suficientă cantitatea de căldură eliberată de $m = 1$ kg de benzină prin ardere completă pentru a încălzi cu $\Delta t = 1°C$ aceeași cantitate de benzină? Se dau: căldura specifică a benzinei $c = 1880$ J/(kg·K) și puterea calorică a benzinei $q = 46 \cdot 10^6$ J/kg.

E.202 (*Chișinău, 1993*). Ce masă de petrol trebuie arsă într-o cazangerie cu randamentul $\eta = 60\%$ pentru a încălzi $m = 4{,}4$ t de apă aflată la temperatura $\theta_1 = 7°C$ până la temperatura de fierbere și apoi a o vaporiza? Căldura specifică a apei este $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică de vaporizare a apei $\lambda_v = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg, puterea calorică a petrolului $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ J/kg.

E.203 (*Vaslui, 1995*). O masă $m = 10$ g de gheață aflată la temperatura $\theta_1 = -10°C$ se transformă prin încălzire în vapori. Să se determine:

a) căldura necesară pentru topirea gheții, știind că valoarea căldurii totale pentru transformarea cantității indicate de gheață la temperatura θ_1 într-o cantitate de apă la $\theta = 100°C$ este $Q = 7\,744$ J;

b) căldura specifică de topire a gheții;

c) cantitatea de petrol necesară transformării gheții integral în vapori, la un randament tehnic al încălzirii $\eta = 60\%$.

Se cunosc: $c_g = 2\,090$ J/(kg·K); $c_a = 4\,185$ J/(kg·K); $\lambda_v = 2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg; $q = 45 \cdot 10^6$ J/kg.

E.204 (*Chișinău, 1998*). Un încălzitor topește o cantitate de gheață, aflată la $\theta_0 = 0°C$, și încălzește apa obținută până la $\theta = 20°C$ în $t = 20$ min. Care a fost masa M a gheții, dacă se știe că în timpul fierberii, cu același încălzitor, se obțin $m_0 = 0{,}1$ g vapori de apă pe minut? Se va lua: căldura specifică a apei $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică de topire a gheții $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg, căldura specifică de vaporizare $\lambda_v = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg.

E.205 (*Chișinău, 1993*). O bucată de gheață cu masa $m_1 = 20$ kg aflată la temperatura $\theta_1 = -20°C$ se introduce într-un vas ce conține $m_2 = 20$ kg de apă la temperatura $\theta_2 = 70°C$. S-a topit oare toată gheața? În cazul răspunsului negativ să se determine masa de gheață ce s-a topit sau masa de apă ce a înghețat. Căldura specifică a gheții este $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică a apei $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică de topire a gheții $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ J/kg.

E.206 (*Chișinău, 1997*). Într-un termos ce conține $m_1 = 400$ g de apă la temperatura $\theta_1 = 20°C$ a fost introdusă gheață cu masa $m_1 = 200$ g la temperatura $\theta_2 = -10°C$. Determinați temperatura care s-a stabilit în termos. Ce se află în termos la această temperatură? Se cunosc: cădura specifică a apei $c_1 = 4\,200$ J/(kg·K), a gheții $c_2 = 2\,100$ J/(kg·K), căldura specifică de topire a gheții $\lambda = 330$ kJ/kg.

E.207 (*București, 1995*). Legumele și carnea fierb mai repede într-o oală sub presiune decât în una obișnuită. Pe vârful unui munte datorită presiunii scăzute, aceste alimente fierb într-un timp mai „lung". Formulați o concluzie privind influența presiunii asupra temperaturii de fierbere.

E.208 (*Chișinău, 1994*). Ce cantitate de vapori de apă aflată la $\theta_0 = 100°C$, trebuie introdusă într-un calorimetru de cupru cu masa $m_1 = 0{,}10$ kg, în care se află $m_2 = 0{,}15$ kg de zăpadă la $\theta_1 = -20°C$, pentru ca zăpada să se

topească complet? Căldura specifică a cuprului este $c_1 = 380$ J/(kg·K), a gheții $c_2 = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/(kg·K), a apei $c_3 = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică de topire a gheții $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ J/kg, căldura specifică de vaporizare a apei $\lambda_v = 2{,}3 \cdot 10^6$ J/kg.

E.209 (*București, 1995*). De ce temperatura aerului crește când începe să ningă?

E.210 (*Chișinău, 1996*). Un calorimetru conține gheață. Să se determine capacitatea termică (calorică) a calorimetrului dacă pentru a-i mări temperatura, împreună cu conținutul din el, de la $\theta_1 = -3°C$ până la $\theta_2 = -1°C$ a fost necesară cantitatea de căldură $Q_1 = 2\,100$ J, iar pentru a ridica temperatura de la $\theta_2 = -1°C$ până la $\theta_3 = +1°C$ a fost necesară cantitatea de căldură $Q_2 = 69\,700$ J. Se cunosc: căldura specifică a gheții $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/(kg·K), a apei $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K), căldura specifică de topire a gheții $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg.

SOLUȚIILE PROBLEMELOR CU NUMĂR IMPAR

S.197 a) Bilele fiind identice, au temperaturi inițiale și finale egale, deci primesc cantități de căldură egale. Prin urmare, vasele și apa din ele cedau cantități de căldură, de asemenea, egale. Fie C_0 capacitatea calorică a unui vas și m_0 masa lui. Cantitatea de căldură cedată de fiecare vas este $Q_1 = (C_0 + m_1c)(\theta_1 - \theta)$, $Q_2 = (C_0 + m_2c)(\theta_2 - \theta)$. În conformitate cu cele expuse mai sus $Q_1 = Q_2$, deci $(C_0 + m_1c)(\theta_1 - \theta) = (C_0 + m_2c)(\theta_2 - \theta)$, de unde

$$C_0 = c\frac{m_2(\theta_2 - \theta) - m_1(\theta_1 - \theta)}{\theta_1 - \theta_2} = 420 \text{ J/K}.$$

b) Masa vasului: $m_0 = C_0/c_0 = 0{,}84$ kg.

S.199. Puterea utilă $P_u = Fv$, unde F este forța de rezistență ce acționează asupra vaporului, care se mișcă cu viteza v față de apă. Puterea consumată este $P_c = m_0q$ și randamentul motorului $\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{Fv}{m_0q}$, de unde exprimăm forța $F = \frac{\eta m_0 q}{v}$.

Dacă notăm cu v_0 viteza curgerii apei râului, atunci viteza vaporului în sensul curgerii apei este $(v + v_0) = \frac{s}{t_1}$, iar în sens invers $(v - v_0) = \frac{s}{t_2}$. De aici avem $v = \frac{s(t_1 + t_2)}{2t_1t_2}$.

Forța căutată: $F = \frac{2\eta m_0 q t_1 t_2}{s(t_1 + t_2)} = 31{,}6$ kN.

S.201. Cantitatea de căldură necesară pentru încălzire este $Q = mc\Delta t = 1{,}88$ kJ, iar cantitatea de căldură degajată prin ardere completă $Q' = mq = 46 \cdot 10^3$ kJ. Observăm că $Q < Q'$, deci răspunsul la întrebarea pusă în problemă este afirmativ.

S.203. a) Pentru a încălzi gheața de la temperatura inițială θ_1 până la temperatura de topire $\theta_t = 0°C$ s-a consumat cantitatea de căldură $mc_g(\theta_t - \theta_1)$, pentru a transforma gheața în apă la temperatura de topire – cantitatea de căldură Q_t, iar pentru încălzirea apei de la θ_t până la θ – cantitatea de căldură $mc_a(\theta - \theta_t)$. Avem $Q = mg(\theta_t - \theta_1) + Q_t + mc_a(\theta - \theta_t)$, de unde căldura necesară pentru topirea gheții. $Q_t = Q - m[c_g(\theta_t - \theta_1) + c_a(\theta - \theta_t)]$; $Q_t = 3\,350$ J.

b) Căldura specifică de topire a gheții $\lambda_g = \frac{Q_t}{m} = 3{,}35 \cdot 10^5$ J/kg.

c) Cantitatea de căldură necesară pentru transformarea în vapori a gheții aflate la temperatura inițială este egală cu $Q + m\lambda_v$. La arderea masei M de combustibil se degajă cantitatea de căldură Mq. Randamentul este $\eta = \frac{Q + m\lambda_v}{Mq}$, de unde rezultă $M = \frac{Q_t + m\lambda_v}{\eta q} = 6{,}74 \cdot 10^{-4}$ kg.

S.205. Cantitatea de căldură necesară pentru a încălzi gheața până la temperatura de topire ($\theta_0 = 0°C$) este $Q_1 = m_1 c_1(\theta_0 - \theta_1) = 8{,}4 \cdot 10^5$ J. Cantitatea de căldură cedată de apă la răcirea până la t_0 este $Q_2 = m_2 c_2(\theta_2 - \theta_0) = 58{,}8 \cdot 10^5$ J. Observăm că $Q_2 > Q_1$, deci toată gheața ajunge la temperatura θ_0, cantitatea de căldură $(Q_2 - Q_1)$ consumându-se pentru topirea gheții. Notăm cu m_x masa de gheață ce ar putea fi topită în urma primirii acestei cantități de căldură. Avem $m_x = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} = 14{,}8$ kg. Deoarece $m_x < m_1$, rezultă că gheața se topește parțial. În vas rămâne și o bucată de gheață de masă $(m_1 - m_x) = 5{,}2$ kg.

S.207. Fierberea alimentelor este mai rapidă la o temperatură de fierbere mai înaltă a apei. Fierberea mai rapidă la o presiune mai mare și fierberea mai îndelungată la o presiune scăzută demonstrează faptul că temperatura de fierberea a apei crește la mărirea presiunii și scade la micșorarea acesteia.

S.209. Căderea fulgilor de zăpadă este însoțită de condensarea pe ei a vaporilor de apă din aer. Condensarea este însoțită de cedarea cantității de căldură latentă, deci și de creșterea temperaturii aerului.

RĂSPUNSURILE PROBLEMELOR CU NUMĂR PAR

R.198. $\theta_x = \theta_2 + \dfrac{C(\theta_2 - \theta_1)}{m_1 c_1} = 32{,}5°C.$

R.200. $N = \dfrac{mq}{Q_o} \approx 30$ zile.

R.202. $M = \dfrac{m}{\eta q}[c(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_v]$, unde $\theta_2 = 100°C$ este temperatura de fierbere a apei; $M \approx 429$ kg.

R.204. $M = \dfrac{m_0 \lambda_v t}{\lambda + c(\theta - \theta_0)} = 0{,}011$ kg $= 11$ g.

R.206. $\theta_0 = 0°C$; 489 g de apă şi 111 g de gheaţă.

R.208. $m_3 = \dfrac{(m_1 c_1 + m_2 c_2)(\theta_t - \theta_1) + m_2 \lambda}{\lambda_v + c_3(\theta_o - \theta_t)}$, unde $\theta_t = 0°C$ este temperatura de topire a gheţii; $m_3 = 0{,}021$ kg $= 21$ g.

R.210. $C = \dfrac{Q_1[c_1(\theta_0 - \theta_2) + \lambda + c_2(\theta_3 - \theta_0)] - Q_2 c_1(\theta_2 - \theta_1)}{(\theta_2 - \theta_1)[(c_2 - c_1)(\theta_3 - \theta_0) + \lambda\ ]}$, unde $\theta_o = 0°C$ este temperatura de topire a gheţii; $C = 627$ J/K.

III. FENOMENE ELECTRICE

ENUNȚURI

1. Legea lui Coulomb

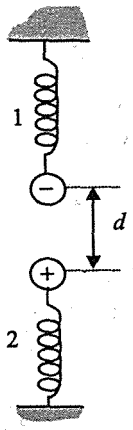


Fig. E.211

E.211. (*Galați, 1994*). Două sfere identice, electrizate cu sarcinile $q_1 = -4{,}8\ \mu C$ și $q_2 = +1{,}6\ \mu C$, sunt fixate la extremitățile libere a două resorturi identice, izolante, de constantă elastică $k_0 = 7\,680$ N/m, ca în figura E.211, unde $d = 3$ cm. Să se afle:

a) alungirea resortului (1) dacă resortul (2) este nedeformat;

b) deformațiile celor două resorturi după ce sferele se pun în contact, știind că distanța dintre sfere se dublează.

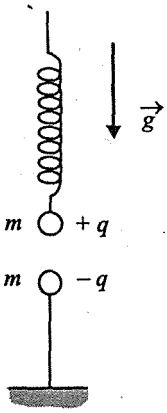


Fig. E.212

E.212. (*Ialomița, 1995*). Două bile sferice, fiecare cu masa m, electrizate cu sarcinile $+q$ și respectiv $-q$, se află pe aceeași verticală, una suspendată pe un resort izolant foarte ușor, cu constanta de elasticitate k_0, iar cealaltă prinsă de capătul superior al unui fir vertical izolator, inextensibil (fig. E.212). Capătul superior al restorului urcă pe verticală foarte lent, astfel încât în orice moment se poate considera că sistemul este în echilibru. Corespunzător stării inițiale, reprezentate în figură, forța de interacțiune electrostatică dintre bile este $F_1 = nmg$, unde $n > 1$. Să se determine:

a) tensiunea inițială din firul verical inferior;

b) distanța s parcursă de capătul superior al resortului până când bila inferioară începe să cadă;

c) lungimea resortului l_2 starea finală și lungimea resortului nedeformat l_0 dacă lungimea sa în stare inițială este l_1.

E.213 (*Gorj, 1994*). De furca scripetului din figura E.213 se suspendă un corp punctiform cu masa $m_1 = 1$ kg și sarcina

electrică $q_1 = 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ C. Sub acesta se fixează un corp punctiform cu sarcina electrică $q_2 = -4{,}2 \cdot 10^{-6}$ C. La echilibru, distanța dintre cele două sarcini este $d = 15$ cm. Cunoscând constanta elastică a resortului $k_0 = 222{,}88$ N/m, să se determine alungirea acestuia ($g = 10$ N/kg).

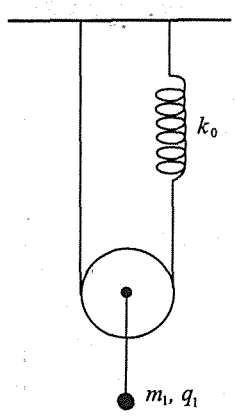


Fig. E.213

E.214. (*Mehedinți, 1991*). Într-un tub vidat de sticlă, așezat vertical, se găsesc două sfere mici încărcate cu sarcinile $q_1 = +2\mu C$ și $q_2 = +1\mu C$. Sfera 1, care este încărcată cu sarcina q_1, are masa $m_1 = 10$ g, iar sfera 2 este menținută tot timpul în poziție fixă sub sfera 1. Se va considera $g = 10$ N/kg.

a) Presupunând că sfera 1 este fixată la $d = 30$ cm de cealaltă, să se calculeze forța de respingere dintre cele două sfere.

b) Neglijând frecările din tub, să se precizeze dacă sfera 1 urcă sau coboară, imediat după ce a fost lăsată să se miște liber.

c) Să se afle distanța dintre cele două sfere, pentru care sfera 1 se va găsi în echilibru.

E.215. (*Gorj, 1995*). Două sfere identice, de mase m și densitate ρ, sunt fixate la capete unui resort de constantă elastică k_0 și lungime l, iar sistemul se introduce veritical într-un lichid de densitate ρ_1 și se fixează sfera inferioară pe fundul vasului. Se cer:

a) sarcina electrică q cu care s-a electrizat fiecare dintre cele două sfere (cu sarcini de același fel), dacă resortul rămâne nedeformat;

b) dacă cele două sfere sunt electrizate cu sarcina q de la punctul a), dar de semn contrar, resortul se alungește sau se comprimă? Justificați răspunsul, scrieți forțele ce acționează și condiția de echilibru. Lichidul, resortul și vasul sunt izolatoare, iar lichidul are $k_l = \frac{1}{2} k_{vid}$.

E.216 (*Suceava, 1994*). O bilă cu masa $m_0 = 3{,}6$ mg și volumul $V_0 = 1{,}8$ mm^3 este suspendată într-un vas cilindric izolator, plin cu apă, cu volumul $V = 2\,400$ cm^3 și suprafața bazei $S = 60$ cm^2. Cu ce sarcină electrică q_0 trebuie încărcată bila pentru a se menține în mjlocul vasului, știind că la baza vasului se află un corp încărcat cu sarcina electrică $q = 2 \cdot 10^{-7}$ C. Se dau: densitatea apei $\rho = 1\,000$ kg/m^3, $g = 10$ N/kg, $k_{apă} = \frac{1}{2} k_{vid}$.

E.217. (*Neamț, 1993*). Două mici sfere conductoare, identice, încărcate cu sarcini egale, suspendate pe două fire izolatoare lungi în același punct, se află la $d = 5$ cm una de alta. Ce se va întâmpla dacă una dintre sfere se descarcă?

E.218. (*Constanța, 1991*). Două sfere identice conductoare au sarcinile electrice $q_1 = 10$ nC și $q_2 = -2$ nC. Sfera 1 este fixată pe un suport izolator,

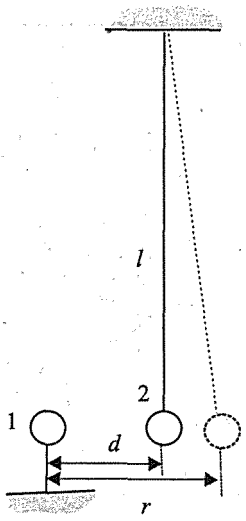


Fig. E.218

iar sfera 2 este suspendată de un fir izolator cu lungimea $l = 20$ cm şi menţinută la distanţa $d = 1$ cm de sfera 1, ca în figura E.218. Dacă sistemul, aflat în aer, este lăsat liber, distanţa dintre sfere devine $r = 1{,}5$ cm.

a) Ce sarcini electrice vor avea în final sferele?

b) Ce mase au cele două sfere?

Se dă: $k = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C², $g = 10$ N/kg. Pentru unghiuri mici se va considera $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$.

E.219 (*Galaţi, 1992*). Două sfere, situate în aer, având fiecare masa $m = 0{,}1$ g, sunt suspendate în acelaşi punct cu ajutorul a două fire izolante de masă neglijabilă şi având aceeaşi lungime $l = 20$ cm.

a) Care este valoarea sarcinilor, egale, ale celor două sfere pentru ca unghiul format de cele două fire să fie $\alpha = 90^o$?

b) Ce densitate are lichidul în care este scufundat sistemul de la punctul a), dacă unghiul format de cele două fire este $\beta = 60^o$?

Se cunosc constanta $k = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C², permitivitatea lichidului $\varepsilon_r = 5$ şi densitatea substanţei din care sunt confecţionate sferele $\rho_s = 4 \cdot 10^3$ kg/m³.

E.220 (*Mehedinţi, 1997*). Două sfere identice, de masă $m = 0{,}2$ g fiecare, sunt situate în aer şi suspendate în acelaşi punct, prin două fire izolante de lungime $l = 20$ cm, de masă neglijabilă.

a) Pentru ce valori ale sarcinilor electrice egale ale celor două sfere firele vor forma un unghi $\alpha = 90^o$?

b) Se introduce sistemul în ulei, de densitate $\rho_o = 900$ kg/m³. Care trebuie să fie densitatea ρ a materialului sferelor pentru ca unghiul dintre fire să rămână egal cu cel din aer?

Se dau: $k_1 = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C² pentru aer, $k_2 = 1{,}8 \cdot 10^9$ Nm²/C² pentru ulei, iar $g = 10$ N/kg.

E.221 (*Dâmboviţa, 1994*). Se dau două pendule electrostatice fixate pe fundul unei cuve cu apă distilată, alcătuite din fire de mătase elastice de lungime l_o, în stare nedeformată şi de constantă elastică k_o şi sfere de masă m, de densitate $\rho = \frac{1}{2}\rho_o$, unde ρ_o este densitatea apei distilate. Sferelor li s-au transmis sarcini electrice egale astfel că unghiul dintre pendule a devenit $2\alpha = 90^o$. Neglijând razele sferelor în comparaţie cu distanţa dintre ele şi cu lungimea firelor, să se determine:

a) alungirile firelor;

b) sarcina electrică q cu care a fost încărcată fiecare sferă.

Se dau g, ε_r, $F = k\frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon_r r^2}$.

E.222 (*București, 1992*). Un pendul electric dublu este alcătuit din două fire izolatoare de lungime l, având la capete câte o mică sferă electrizată, de masă m și sarcină q. La echilibru, în aer, unghiul dintre fire este α. Se acoperă pendulul cu un cilindru metalic ca în figura E.222. Se modifică unghiul dintre fire? Explicați răspunsul.

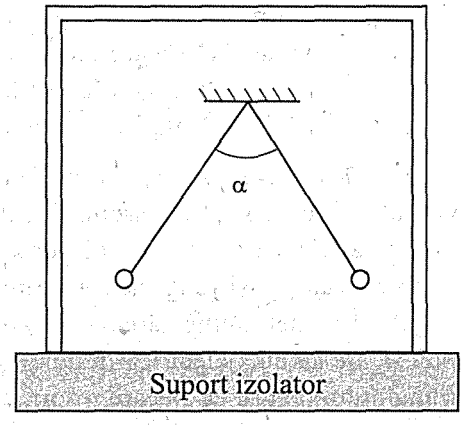


Fig. E.222

E.223. (*Galați, 1992*). Două sfere de cupru identice, mici, A și C, sunt fixate în vid la distanța $r = 0{,}2$ m una de alta. Sfera A este electrizată, iar C – neutră. O a treia sferă neutră B, identică cu primele, este atinsă cu sfera A, apoi cu sfera C. În ce punct al dreptei AC trebuie așezată sfera B, față de sfera A, încât B să rămână în repaus?

E.224 (*Olt, 1994*). La capetele unui resort izolant, de constantă de elasticitate $k_0 = 140$ N/m, sunt atașate două sfere mici încărcate cu sarcinile $q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-7}$ C și $q_2 = 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ C. Sub acțiunea forțelor electrostatice resortul este alungit cu $\Delta l = 5$ mm. Prima sferă este fixată, iar de sfera a doua se atinge o sferă identică încărcată cu sarcina $q_3 = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ C, după care sfera a treia se îndepărtează de sfera a doua la distanța r, astfel încât în noua poziție sfera a doua este în echilibru, iar resortul este nedeformat.

Să se afle:

a) distanța l dintre prima sferă și sfera a doua când resortul este alungit;

b) distanța r dintre sfera a doua și a treia când resortul este nedeformat.

Mediul în care se află sferele este vidul, $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/c^2.

E.225 (*Mehedinți, 1997*). Sarcinile electrice din figura E.225 se găsesc în vid. Se dau $q_1 = +16$ nC, $q_2 = -9$ nC, $q_3 = 1$ μC, $l_1 = 5$ cm, $l_2 = 3$ cm, $l_3 = 4$ cm. Să se determine forța rezultantă ce acționează asupra sarcinii din C.

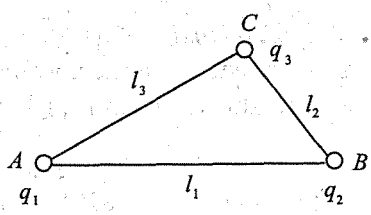


Fig. E.225

E.226 (*Mehedinți, 1992*). Considerăm trei sfere mici, electrizate cu sarcini pozitive și egale, așezate în vârfurile unui triunghi dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle A = 90°$, în care se cunosc $BC = \frac{\sqrt{21}}{3}$ cm, $AC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. Sfera B acționează asupra sferei A cu o forță $F_{AB} = 4 \cdot 10^{-5}$ N (sfera se află în vid).

Să se determine:

a) ce sarcină are fiecare sferă;

b) ce forță de respingere exercită sfera C asupra sferei A;

c) ce forță rezultantă de respingere suportă sfera A.

E.227 (*Vâlcea, 1993*). Pe un suport orizontal, în absența frecărilor, trei mărgele electrizate cu sarcini identice se află în vârfurile unui triunghi echilateral ale cărui laturi sunt resorturi izolatoare identice, fiecare cu constanta de elasticitate k_0 și lungimea în stare nedeformată l_0.

a) Să se determine sarcina fiecărei mărgele dacă alungirea fiecărui resort este Δl. Ce sarcină electrică trebuie să aibă un punct material plasat în centrul triunghiului pentru ca fiecare resort, considerat liniar, să fie comprimat cu Δl. Sistemul este situat în aer, pentru care se cunoaște ε_0.

b) Se înlătură din sistem corpul electrizat central și resorturile, iar cele trei mărgele electrizate se introduc pe un inel izolator cu raza R, aflat în plan orizontal. Neglijând frecările și greutatea mărgelelor, să se determine forța cu care apasă pe inel fiecare mărgea, atunci când sistemul se află în echilibru.

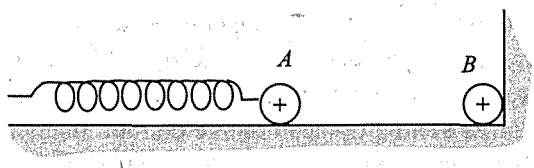


Fig. E.227

c) Două dintre mărgelele electrizate sunt puse apoi pe un suport izolator orizontal, așa cum indică desenul din figura E.227. De mărgeaua A este legat un resort izolator orizontal, nedeformat, cu constanta de elasticitate k_0. Mărgeaua A începe să se îndepărteze de mărgeaua B numai atunci când, trăgând spre stânga de capătul liber al resortului, acesta se alungește cu y_1. Din aceeași poziție inițială, mărgeaua A începe să se apropie de mărgeaua B numai atunci când, împingând spre dreapta capătul liber al resortului, acesta s-a scurtat cu y_2. Să se determine distanța inițială dintre mărgele.

E.228 (*Iași, 1993*). Pe un plan orizontal trei bile identice, legate între ele cu fire elastice identice, având constanta de elasticitate $k_0 = 10$ N/m, formează un triunghi echilateral cu latura $l = 9$ cm. În absența forțelor de frecare ce sarcină trebuie comunicată fiecărei bile pentru ca aria triunghiului echilateral nou format să crească de $n = 4$ ori.

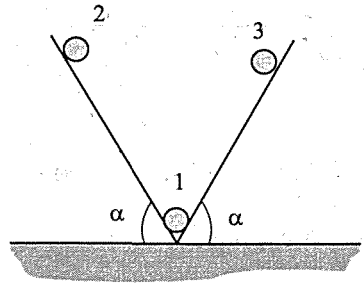


Fig. E.229

E.229 (*Galați, 1996*). Trei bile mici, încărcate cu sarcini electrice de același semn, se află în echilibru pe două plane netede neconductoare, înclinate sub același unghi $\alpha = 60^\circ$ față de orizontală, distanța dintre fiecare pereche de bile fiind aceeași. Sarcinile

bilelor 1 și 2 sunt egale între ele ($q_1 = q_2 = q_0$) și de două ori mai mari decât sarcina bilei 3 ($q_3 = 0{,}5\ q_0$). Determinați raportul maselor bilelor 2 și 3 (fig. E.229).

E.230 (*Cluj, 1994*). Trei corpuri punctiforme electrizate sunt situate în aer. Distanța dintre primul corp și al doilea este r_{12}, dintre al doilea și al treilea corp r_{23}, și cea dintre al treilea și primul corp r_{31}. Primul corp este atras de celelalte două cu forțele F_{12}, respectiv F_{13}. Cu ce forțe interacționează corpurile al doilea și al treilea, dacă cel din urmă are sarcina electrică q_3?

E.231 (*Dolj, 1994*). Pe un inel izolator circular rigid, de rază $R = 3$ cm, așezat în plan orizontal, sunt dispuse 4 corpuri punctiforme, încărcate cu sarcina $q = 25$ nC fiecare, egal distanțate între ele. Se cer:

a) valoarea forței ce acționează asupra fiecărui corp de sarcină q;

b) masa unui corp punctiform de sarcină electrică $q' = 4{,}8$ nC, ce rămâne în echilibru într-un punct P aflat pe verticala care trece prin centrul inelului circular, la distanța $h = 4$ cm de centrul acestuia;

c) numărul de electroni primiți de corpul aflat în P, știind că acesta a coborât cu $\Delta h = 1$ cm;

d) considerând că inelul este încărcat uniform cu sarcina $Q = 0{,}5$ μC, să se determine masa m' a corpului de sarcină $q' = 4{,}8$ nC, aflat în echilibru la înălțimea $h = 4$ cm, în punctul P.

Se dau: $g = 10$ N/kg, sarcina elementară $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C²; sistemul se află în vid.

E.232 (*Brăila, 1993*). Patru corpuri punctiforme, încărcate cu sarcini electrice egale și de același semn $q = 1$ nC, se află în vârfurile unui pătrat cu latura $l = 3\sqrt{2}$ cm.

a) Să se afle forța care acționează asupra fiecărui corp electrizat.

b) Să se determine valoarea sarcinii q' ce trebuie plasată în centrul pătratului pentru ca corpurile să se afle în echilibru.

c) Care este sarcina q'' a corpului punctiform, de masă $m = 0{,}514$ kg aflat în echilibru pe verticala ce trece prin centrul pătratului la distanța $h = 4$ cm deasupra sarcinii q'?

Se dau: $k = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C² și $g = 10$ N/kg.

E.233 (*Mehedinți, 1994*). Patru pendule electrice (bobițe de soc), suspendate în același punct, sunt încărcate cu sarcini electrice pozitive și egale. Datorită forțelor de interacțiune, bobițele de soc se așază în vârful unui pătrat cu latura $30\sqrt{2}$ cm, situat în plan orizontal. Firele pendulelor formează cu verticala unghiuri $\alpha = 45°$. Să se determine sarcinile electrice ale pendulelor, dacă masa unei bobițe de soc este $m = 200$ mg, iar $g = 9{,}8$ N/kg și $k = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C².

E.234 (*București, 1995*). Patru sfere conductoare identice sunt situate pe o masă, netedă, orizontală și izolatoare, în cele patru vârfuri ale unui pătrat. Două au sarcinile $+q$, celelalte $-q$ (fig. E.234).